CONSEIL INTERNATIONAL DE RECHERCHES

UNION GÉODÉSIQUE ET GÉOPHYSIQUE INTERNATIONALE

SECTION DE SÉISMOLOGIE

Publications du Bureau Central Séismologique International

Sous la direction de E. ROTHÉ

SECRÉTAIRE DE LA SECTION DE SÉISMOLOGIE

SÉRIE A

TRAVAUX SCIENTIFIQUES

FASCICULE N° 5

PARIS (Ve)
LES PRESSES UNIVERSITAIRES DE FRANCE
49, Boulevard Saint-Michel, 49

1927

Calcul des coordonnées du foyer séismique au moyen des heures de $\overline{P}$ ou P observées au voisinage de l'épicentre

Par Vicente INGLADA ORS

Professeur à l'Ecole Supérieure de Guerre de Madrid

Dans ce présent travail nous nous sommes proposé de présenter un résumé de nos recherches sur la détermination des coordonnées du foyer séismique au moyen des heures de $\overline{P}$ ou P, observées dans quelques Stations proches. Quelques-unes de ces recherches ont été présentées à la Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales de Madrid et publiées récemment ([7], [14]). D'autres sont en cours de publication ou de préparation.

La détermination du foyer au moyen des heures de $\overline{P}$ est faite par une méthode de calcul très simple, parce qu'il est légitime d'admettre que le rayon séismique est rectiligne et se propage avec une vitesse de 5,7 km./sec. environ. Cette hypothèse est d'accord avec le degré de précision actuelle des observations, et conduit à des résultats d'une grande précision : dans le séisme japonais du 1^er^ septembre 1923 on obtient les coordonnées du foyer à 1 ou 2 kilomètres près.

Pour des distances épicentrales supérieures à 300 kilomètres, il faut utiliser les heures de P normales qui ne permettent la détermination de l'épicentre qu'à 8 ou 10 kilomètres près, si ces observations, comme à l'ordinaire, sont faites en secondes en chiffres ronds.

Nous avons trouvé un procédé très simple pour la détermination de la profondeur hypocentrale par le tracé de l'hodographe des ondes $\overline{P}$ et une formule qui donne rapidement la profondeur en fonction de la distance épicentrale du point d'inflexion.

Nous avons trouvé des formules très simples pour le calcul des durées de trajet des ondes $\overline{P}$ et P pour toutes les profondeurs hypocentrales, et ces résultats nous semblent d'une grande portée pratique, parce que les tables de A. Mohorovičić, qui font faire un si grand pas à la Séismométrie, ne sont calculées que pour les 4 profondeurs de 0, 25, 45 et 57 kilomètres, dont les deux extrêmes se présentent rarement, de sorte qu'on est conduit généralement à conclure que la profondeur du séisme s'approche davantage de 25 ou 45 kilomètres, résultat qui n'atteint pas une grande précision.

Nous sommes très heureux d'exprimer publiquement l'expression de notre gratitude à notre cher collègue et ami, M. le Professeur E. Rothé, qui a bien voulu publier ce Mémoire dans les *Travaux Scientifiques du Bureau central international de Séismologie* et nous aider dans la rédaction définitive du texte français et dans la révision des épreuves.

Madrid, août 1926.

INTRODUCTION

Dans ce mémoire nous nous bornerons à l'étude de la propagation des premières ondes des tremblements de terre, observées à des distances rapprochées. Ce sont les ondes désignées par Mohorovicic sous le nom d'ondes *soulignées* ou *individuelles* et que E. Rothé propose d'appeller *uniformes* ou *continues*, par opposition aux ondes P normales, qui se brisent par réfraction sur une surface de discontinuité de l'écorce, située, d'après le dernier travail de B. Gutenberg [1], à la profondeur de 57 kilomètres.

Nous ne considérerons que les rayons séismiques qui se propagent à travers cette couche supérieure de l'écorce sans y subir de réfractions et nous désignerons ces ondes par $\overline{P}$, tout en faisant abstraction de la surface de discontinuité, en raison du fait que la profondeur ne dépassera jamais dans notre étude la limite de 57 kilomètres.

L'hypothèse, généralement admise, que les propriétés physiques de la matière terrestre varient avec la profondeur d'une manière continue dans les couches sphériques concentriques successives, en d'autres termes que ces propriétés sont fonction seulement de la distance du point considéré au centre du Globe, conduit la séismologie classique à établir que la trajectoire du rayon séismique EBS (fig. 1) est située dans le plan passant par le centre O de la Terre, qu'elle est symétrique par rapport au rayon OB qui joint le centre au point B le plus bas, et qu'elle présente sa convexité vers le point O.

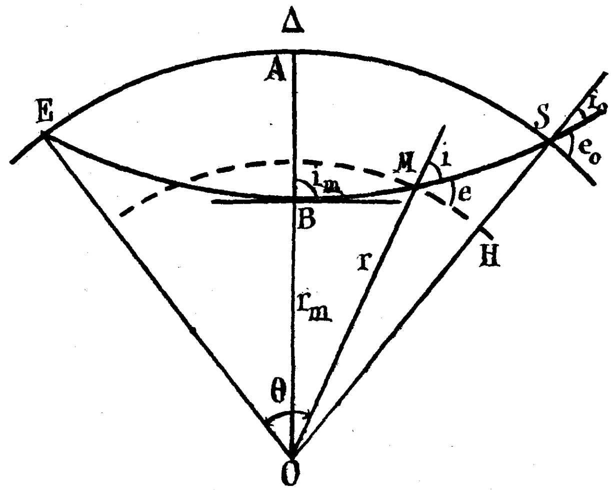


Fig. 1.

Le rayon séismique satisfaisant au principe de brachystochronie, on peut lui appliquer l'équation fondamentale de la réfraction atmosphérique :

$$\frac{r}{v} \sin \cdot i = \frac{r}{v} \cos \cdot e = k \tag{1}$$

où r est le rayon vecteur du point M, v la vitesse de l'onde, e l'angle d'émergence ou angle du rayon séismique avec la surface de la sphère MH passant par M, i l'angle d'incidence ou angle du rayon séismique avec la normale OM, et k un paramètre, qui caractérise le rayon considéré.

Dans le système de coordonnées polaires où O est le pôle et où l'axe OE est le rayon épicentral, on peut écrire les relations bien connues :

$$\sin \cdot i = \frac{rd\theta}{ds}, \qquad ds^2 = r^2 d\theta^2 + dr^2 \tag{2}$$

où s est la longueur de l'arc, comptée, par exemple, à partir de l'épicentre E ; ces relations combinées à (1) permettent d'écrire les équations :

$$d\theta = \frac{kvdr}{r\sqrt{r^2 - k^2v^2}} \tag{3}$$

$$ds = \frac{rdr}{\sqrt{r^2 - k^2v^2}} \tag{4}$$

$$dt = \frac{ds}{v} = \frac{rdr}{v\sqrt{r^2 - k^2v^2}} \tag{5}$$

l'origine des temps t correspondant à celle des arcs.

Si l'on connaît la loi qui exprime la variation de v en fonction de r, on pourra intégrer l'équation (3), obtenir la distance épicentrale Δ en fonction de k, ou inversement exprimer k en fonction de Δ. En remplaçant k dans les deux équations (4) et (5) on pourra déduire la longueur s du rayon et la durée T du trajet en fonction de la distance épicentrale Δ, variable indépendante utilisée ordinairement en Séismométrie, parce que cette distance se prête aisément à l'observation directe.

En affectant respectivement des indices o et m les valeurs de r, i, e, v, qui correspondent à la surface terrestre et au point B le plus bas du rayon, on trouve aisément :

$$\sin i_m = 1, \qquad \cos i_m = 0 \tag{6}$$

et d'après (1) :

$$\frac{r_m}{v_m} = \frac{r_0}{v_0} \cos e_0 = k. \tag{7}$$

La valeur $\frac{r_m}{v_m}$ montre que le paramètre k n'est autre chose que le temps mis par le rayon pour gagner le centre de la Terre à partir du point B et avec la vitesse v_m atteinte en ce point.

La symétrie de la trajectoire EBS permet d'obtenir la durée T du trajet :

$$T = 2\int_{r_m}^{R} \frac{rdr}{v\sqrt{r^2 - k^2v^2}}$$

qui est fonction de la distance épicentrale

$$\Delta = 2\int_{r_m}^{R} \frac{kv\,dr}{r\sqrt{r^2 - k^2v^2}}. \tag{9}$$

Les belles recherches faites à l'Institut géophysique de Göttingen [2], sous la direction de l'illustre séismologue E. Wiechert, ont montré que la loi de variation de la vitesse des ondes séismiques qui s'accorde le mieux avec les données des séismogrammes est représentée par l'équation :

$$v = a - br^2 \tag{10}$$

a et b étant deux constantes positives.

Bien que cette loi [10] s'applique jusqu'à des profondeurs considérables (environ un millier de kilomètres), nous ne l'admettrons que pour la couche extérieure de l'écorce, nous bornant à des profondeurs qui ne dépassent pas 57 kilomètres.

Dans cette hypothèse le rayon séismique est un arc de cercle dont on calcule aisément la longueur et le rayon.

En effet, en coordonnées polaires, le rayon de courbures ρ de la trajectoire séismique est exprimé par la formule suivante, où r est la variable indépendante :

$$\rho = \frac{\left[1 + r^2\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{r^2\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^3 + 2\frac{d\theta}{dr} + r\cdot\frac{d^2\theta}{dr^2}}. \tag{11}$$

Si l'on y substitue les valeurs de $\frac{d\theta}{dr}$ et $\frac{d^2\theta}{dr^2}$ tirées de (3) on arrive à l'expression :

$$\rho = \frac{r}{k\frac{dv}{dr}}. \tag{12}$$

Dans le cas d'un trajet circulaire, ρ sera constant et v s'exprime à l'aide de (12) par une équation différentielle de la forme :

$$\frac{dv}{dr} = pr \tag{13}$$

(p est une constante), dont la solution est précisément donnée par (10). Le signe — de b est justifié par le fait que v décroît quand r croît.

Par dérivation de (10) on obtient :

$$\frac{dv}{dr} = - 2br \tag{14}$$

et, si on connaît le paramètre k correspondant à un certain trajet séismique circulaire, son rayon de courbure sera, en vertu de (12) :

$$\rho = \frac{1}{2bk}. \tag{15}$$

Si h est la profondeur maximum du rayon séismique, $h = R - r_m$, l'équation (7) en y faisant $r_m = R - h$ et $v_m = a - br_m^2 = a - b(R - h)^2$ nous donne :

$$k = \frac{R - h}{a - b(R - h)^2} \tag{16}$$

formule qui permet de calculer le paramètre k correspondant à une profondeur h du rayon.

Inversement, si l'on connaît le paramètre k, on obtient la profondeur h en résolvant l'équation (16) :

$$h = R - \frac{\sqrt{1 + 4abk^2} - 1}{2bk}. \tag{17}$$

Dans toutes les considérations précédentes on suppose que le foyer séismique est à la surface terrestre, parce que la faible profondeur hypocentrale h, par rapport au rayon de la terre, peut être négligée dans les études sur les téléséismes. Mais si on s'occupe, comme dans le présent travail, des tremblements proches, c'est-à-dire si on se propose de rechercher les lois de la propagation des ondes aux environs de l'épicentre, la profondeur du foyer a alors une influence considérable et on ne peut plus la supposer nulle sans s'exposer à des erreurs inadmissibles.

Soit F le foyer séismique à la profondeur EF $= h$ (fig. 2). Le rayon correspondant à la station S sera l'arc de cercle

FPS, dont nous désignerons la distance épicentrale ES par Δ_2. Si l'on prolonge l'arc SPF au delà de F, jusqu'à l'émersion en D, à ce point D correspondra le rayon FD, dont la distance épicentrale est ED $= \Delta_1$.

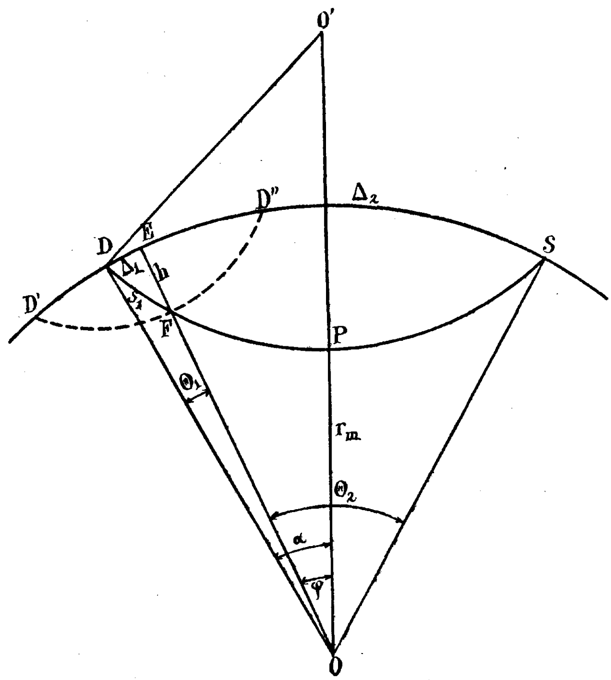


Fig 2.

Pour nous reporter au cas précédent ($h = O$), il suffirait de considérer le foyer placé en D et la distance épicentrale de la station S serait DE + ES $= \Delta_1 + \Delta_2$.

Si nous imaginons tracé le rayon séismique D'FD'' qui atteint en F sa plus grande profondeur, on voit aisément que n'importe quel autre rayon passant par F y est divisé par ce point F en deux parties, dont l'une FD sera appelée *intérieure*, parce qu'elle reste dans la zone D'D''F précisément limitée par ce rayon, et dont l'autre FS est *extérieure*.

La distance épicentrale ED' = ED'', qui pour une certaine profondeur h sert de limite aux deux zones intérieure et extérieure, peut être déterminée si l'on connaît h, parce que R — h serait ce que nous avons appelé r_m dans la théorie précédente, et si l'on suppose r_m connu, v_m s'en déduit par la substitution de r_m à r dans (10), la formule (7) permet alors de calculer la valeur de k, qui caractérise le rayon D'FD'' et sa distance épicentrale.

Mais si on ne connaît pas la profondeur hypocentrale h, il est impossible de savoir si la station séismologique que nous supposons très proche de l'épicentre appartient à la région intérieure ou extérieure.

Si nous supposons un rayon séismique DFS, dont le foyer F est à une certaine profondeur EF $= h$, il faudra considérer, suivant la Station D ou S où l'on enregistre le séismogramme, deux trajets distincts FD $= s_1$ et FS $= s_2$, auxquels correspondent respectivement les durées T_1 et T_2 et les distances épicentrales ED $= \Delta_1$ et ES $= \Delta_2$.

Rosenthal [3] a calculé les valeurs de ces éléments, qui proviennent de l'intégration des équations (3), (4) et (5), en admettant la loi (10) pour la variation de v en fonction de r.

Nous nous bornerons à présenter les résultats du calcul de Rosenthal.

Si P est le milieu de l'arc DS, et si nous désignons respectivement par φ et α les angles au centre EOP et POS = DOP qui sont fonctions de h pour une certaine valeur de k définissant le rayon séismique, Rosenthal obtient les formules :

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{R^2 - k^2(a - bR^2)^2}}{R\sqrt{1 + 4abk^2}} \tag{18}$$

$$\sin \varphi = \frac{\sqrt{(R - h)^2 - k^2[a - b(R - h)^2]^2}}{R - h\sqrt{1 + 4abk^2}} \tag{19}$$

α et φ étant obtenus, les angles au centre DOE $= \Theta_1$ et EOS $= \Theta_2$, qui correspondent respectivement aux distances épicentrales Δ_1 et Δ_2, se calculent au moyen des formules très simples :

$$\theta_1 = \alpha - \varphi \qquad \text{et} \qquad \theta_2 = \alpha + \varphi \tag{20}$$

Ces deux angles sont liés par la relation :

$$\operatorname{tg}\frac{\theta_1}{2}\operatorname{tg}\frac{\theta_2}{2} = \frac{h(a - b\mathrm{R}^2) + bh^2\mathrm{R}}{\mathrm{R}[a + b(\mathrm{R} - h)^2] + (\mathrm{R} - h)(a + b\mathrm{R}^2)} \tag{21}$$

qui permet de calculer l'un d'eux si l'on connaît l'autre.

En faisant dans (21) $\Theta_1 = \Theta_2$, on peut obtenir la valeur de Θ_0 correspondant au rayon séismique qui établit la séparation des deux zones intérieure et extérieure, et par conséquent la distance épicentrale $\Delta_0 = \mathrm{R}.\Theta_0$ qui borne la zone intérieure.

Pour calculer la longueur des arcs $s_1 = \mathrm{DF}$ et $s_2 = \mathrm{FS}$ on emploie la formule :

$$s = \frac{1}{bk}\,\text{arc}\cdot\sin\cdot\sqrt{h^2 + 4\mathrm{R}(\mathrm{R} - h)\sin^2\frac{\theta}{2}} \tag{22}$$

où l'on doit remplacer Θ par Θ_1 ou Θ_2 selon qu'on désire obtenir s_1 ou s_2.

La valeur du paramètre k en fonction de Θ (Θ_1 ou Θ_2) est :

$$k = \frac{\mathrm{R}(\mathrm{R} - h)\sin\cdot\theta}{\sqrt{\mathrm{R}[a + b(\mathrm{R} - h)^2 - (\mathrm{R} - h)(a + b\mathrm{R}^2)\cos\theta]^2 + (\mathrm{R} - h^2)(a - b\mathrm{R}^2)^2\sin^2\theta}}. \tag{23}$$

Il reste à déterminer le temps que le rayon met à parcourir une partie de sa trajectoire. Rosenthal suppose qu'on compte l'angle à partir du rayon vecteur OP qui va au point le plus bas P, et déduit l'expression :

$$dt = \frac{kd\theta}{(1 + 4abk^2)\cos^2\theta - 4abk^2} \tag{24}$$

dont l'intégrale indéfinie est :

$$t = \frac{1}{4\sqrt{ab}}\log\cdot\text{nep}\cdot\frac{1 + 2k\sqrt{ab}\,\text{tg}\cdot\theta}{1 - 2k\sqrt{ab}\cdot\text{tg}\cdot\theta} + \text{const.} \tag{24 bis}$$

En calculant les valeurs de cette intégrale entre les limites O et φ et O et α, on obtient deux quantités qui combinées par addition et soustraction fournissent respectivement les durées t_1 et t_2.

En supposant $h = O$ on trouve la durée totale T de la trajectoire :

$$T = \frac{1}{\sqrt{ab}} \log\cdot\text{nep}\cdot \frac{1 + 2k\sqrt{ab}\,\text{tg}\,\alpha}{\sqrt{1 - 4abk^2\,\text{tg}^2\,\alpha}} \qquad (25)$$

D'après le travail de B. Gutenberg [1] déjà cité, la vitesse la plus probable des ondes $\overline{P}$ à la surface terrestre, calculée au moyen des séismogrammes de l'explosion d'Oppau (21 septembre 1921) et de ceux qu'ont fournis les tremblements de terre enregistrés dans l'Europe centrale, est :

$$v_0 = 5{,}55 \text{ km/sec.} \pm 0{,}05. \qquad (26)$$

Cette vitesse croîtrait avec la profondeur d'une manière continue et très lentement jusqu'à la profondeur de 57 kilomètres, où elle atteindrait la valeur :

$$v_{57} = 5{,}7 \text{ km/sec.} \pm 0{,}2. \qquad (27)$$

A cette profondeur se trouverait la surface de discontinuité de A. Mohorovicic, qui partage la croûte terrestre en deux couches sensiblement de même épaisseur.

Comme nous l'avons déjà dit plusieurs fois, nous nous bornerons à l'étude de la propagation des ondes $\overline{P}$ jusqu'à cette profondeur de 57 kilomètres. N'ayant à considérer que la couche extérieure de l'écorce, nous n'aurons pas à nous préoccuper des réfractions que les ondes subissent à la surface de discontinuité et par suite nous pourrons admettre pour cette mince couche la loi de variation de la vitesse v qu'exprime l'équation (10) ; pour l'adapter aux résultats les plus récents et les plus précis des investigations séismiques, nous calculerons les constantes a et b, en partant des valeurs de v (26) et (27), que prend v à la surface terrestre et à la profondeur de 57 kilomètres.

Tous calculs faits on obtient :

$$a = 0{,}002193116 \qquad \text{et} \qquad b = 0{,}001321846 \tag{28}$$

et l'équation (10) devient :

$$v = 0{,}002193116 - 0{,}001321846\, r^2 \tag{29}$$

où l'on suppose r exprimé en parties du rayon moyen terrestre R = 6370 kilomètres.

Calculons maintenant la limite de la distance épicentrale et les éléments du rayon séismique qui atteint la profondeur de 57 kilomètres.

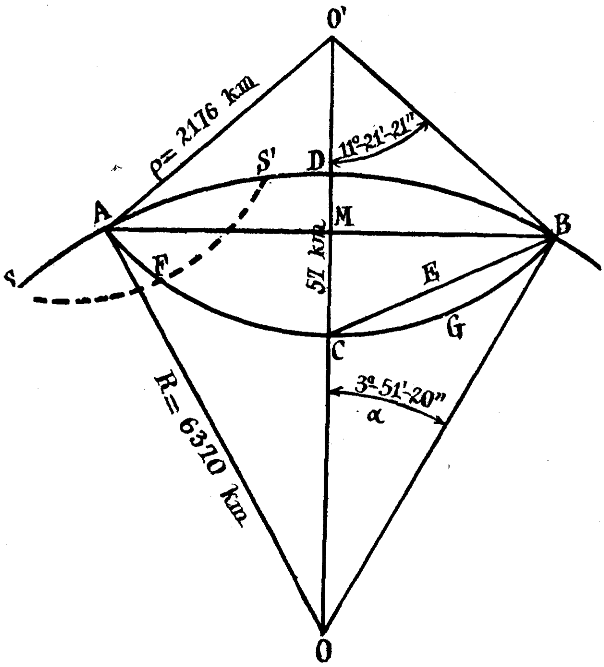


Fig. 3.

Soit ACB (fig. 3) ce rayon. Son paramètre k s'obtient par la formule (16) où l'on substitue les valeurs (28) de a et b. R = 1 et

$$r_m = \frac{6\,370 - 57}{6\,370} = 0{,}9910518.$$

Les calculs conduisent à la valeur

$$k = 1\,107{,}54 \tag{30}$$

k une fois obtenu, la relation (15) nous donne le rayon de la trajectoire :

$$\rho = 2\,175{,}54 \text{ km.} \tag{31}$$

L'angle au centre AOD $= \alpha$ s'obtient par la formule (21) :

$$\alpha = 3^{\circ}51'20''. \tag{32}$$

Comme nous connaissons déjà α, on peut déterminer aisément la distance épicentrale maximum ADB d'une station située à la région intérieure qui peut enregistrer un séisme dont la profondeur hypocentrale ne dépasse pas 57 kilomètres. Cette distance épicentrale est :

$$\Delta = \text{ADB} = 7^{\circ}42'40'' = 857{,}30 \text{ km.} \tag{33}$$

La corde AMB de cet arc ADB vaut :

$$\text{AMB} = 856{,}74 \text{ km} \tag{34}$$

qui ne diffère de l'arc que d'un demi-kilomètre.

Le calcul de l'angle AO'B conduit à

$$\text{AO'B} = 22^{\circ}42'42''. \tag{35}$$

et le trajet total ACB du rayon séismique :

$$\text{ACB} = 862{,}38 \text{ km.} \tag{36}$$

longueur qui ne dépasse la distance épicentrale ADB que de 5 kilomètres et sa corde AMB de 5 kilomètres et demi.

Supposons maintenant une station située dans la région intérieure d'un tremblement de terre dont la profondeur ne dépasse pas 57 kilomètres. Le trajet maximum du rayon correspond au cas où le foyer est placé en C à la profondeur DC = 57 kilomètres. La trajectoire est l'arc CGB.

$$\text{CGB} = 11^{\circ}21'21''. \tag{37}$$

La corde CEB de cet arc est :

$$CEB = 430{,}48 \text{ km.} \tag{38}$$

et la distance épicentrale :

$$DB = 3^{\circ}51'20'' = 428{,}65 \text{ km.} \tag{39}$$

Pour calculer la durée T du trajet CGB nous utiliserons la formule (25). Les limites de l'intégrale sont $\theta = 0$ et $\theta = 3^{\circ}51'20''$ et on trouve :

$$T = 74^{s}{,}80. \tag{40}$$

Si nous calculons maintenant le temps que le rayon mettrait à parcourir la distance épicentrale DB, la ligne droite MB et la corde CEB d'un mouvement uniforme et avec les vitesses $v_0 = 5{,}55$ km./sec., $v_{57} = 5{,}7$, $v_1 = 5{,}625$ (moyenne des deux valeurs v_0 et v_{57}), et $v_m = 5{,}58$ (valeur moyenne de toutes celles que prend v à la couche supérieure de la croûte), on trouve les résultats du tableau ci-dessous :

TABLEAU I

Durée des trajets dans la couche supérieure

	Avec la vitesse $v_0 = 5{,}55$ km. par sec.	Avec la vitesse $v_{57} = 5{,}7$ km. par sec.	Avec la vitesse $v_1 = 5{,}625$ km. par sec.	Avec la vitesse $v_m = 5{,}58$ km. par sec.
	s	s	s	s
Distance épicentrale DB.	77,2	75,2	76,2	76,8
Ligne droite MB	77,2	75,2	76,2	76,8
Corde CEB	77,6	75,5	76,5	77,1

En comparant ces durées avec la durée réelle de trajet (40) du rayon séismique, on remarque que la différence n'atteint pas une seconde si l'on adopte la vitesse $v_{57} = 5{,}7$ km. sec., ne dépasse pas deux secondes pour $v_1 = 5{,}625$ km./sec. et atteint à peine deux secondes et demie pour les autres valeurs.

Comme les heures de $\overline{P}$ que donnent les stations séismologiques sont exprimées en secondes sans décimales (exception faite des observatoires suisses de Zurich et Coire qui apprécient le dixième de seconde) et comme une erreur de deux secondes dans l'heure d'arrivée des $\overline{P}$ est bien fréquente, nous pourrons conclure que *dans les tremblements de terre dont la profondeur hypocentrale ne dépasse pas* 57 *kilomètres et pour les distances épicentrales inférieures à* 430 *kilomètres, on peut admettre simplement que le rayon séismique est une ligne droite, et que la vitesse de propagation est à peu près constante et comprise entre* 5,6 *et* 5,7 *km.* (*cette dernière valeur est préférable*) ; *cette simplification introduit dans les calculs des durées du trajet des erreurs du même ordre que celles des observations et même bien inférieures pour les faibles distances épicentrales.*

Nous avons supposé que la station était placée dans la région intérieure. Il peut arriver qu'elle soit située à l'extérieur. Par exemple (fig. 3) le foyer étant F, la station pourrait être placée en B, point de la région extérieure. Comme le rayon séismique est symétrique par rapport à la normale au point le plus bas C, on peut répéter les considérations précédentes et on trouve aisément que la distance épicentrale pourrait être double de la précédente. Dans les conditions les plus défavorables on trouve que les erreurs pourraient être presque doubles de celles qu'indique le tableau I, de sorte que notre conclusion subsiste encore, parce que les erreurs provenant de l'hypothèse du rayon rectiligne ne dépassent guère celles des observations. Nous n'avons d'ailleurs pas à considérer des distances épicentrales supérieures à 400 kilomètres, parce que notre méthode de calcul de la profondeur hypocentrale perd alors toute précision, attendu que pour cette distance une variation de 15 à 20 kilomètres dans la profondeur n'exerce pas d'influence appréciable sur les durées de trajet.

Comme nous nous bornerons à des distances épicentrales inférieures à 400 kilomètres, nous pourrons conclure que dans la pratique on peut faire tous les calculs dans l'hypothèse de la propagation rectiligne et d'une vitesse constante de 5,7 km./sec. environ, parce que cette approximation est celle sur laquelle on peut actuellement compter, étant donné le degré de précision des observations séismiques que fournissent les séismogrammes enregistrés à faibles distances épicentrales.

CHAPITRE PREMIER

CALCUL DES COORDONNÉES DU FOYER ET DE L'HEURE INITIALE DU SÉISME AU MOYEN DES HEURES DE $\overline{\mathrm{P}}$ OBSERVÉES A DES DISTANCES RAPPROCHÉES

Nous avons montré dans les considérations générales précédentes qu'on peut admettre sans erreur appréciable la propagation du mouvement séismique par ondes sphériques, avec une vitesse constante de 5,6 à 5,7 km./sec.; nous nous proposons maintenant de résoudre la question suivante :

Soient t_1, t_2, t_3, t_4, les heures supposées connues de l'arrivée des ondes $\overline{\mathrm{P}}$ dans quatre stations dont les coordonnées rectangulaires sont respectivement S_1 (x_1, y_1, z_1), S_2 (x_2, y_2, z_2), S_3 (x_3, y_3, z_3), et S_4 (x_4, y_4, z_4) ; on se propose de calculer les coordonnées du foyer F (x_0, y_0, z_0) et l'heure du séisme t_0 au foyer.

Eu égard aux petites distances épicentrales que nous avons à considérer, on peut admettre que la surface du géoïde est plane aux environs de l'épicentre ; nous choisirons le niveau de la mer comme plan des xy, nous prendrons pour origine un point voisin de la verticale séismique, pour axe des z la verticale qui passe par l'origine ; les deux autres axes seront les directions EW et NS ; z_0 sera la profondeur hypocentrale et z_1, z_2, z_3, z_4, les altitudes des stations séismiques.

Puisque le mouvement se propage par ondes sphériques avec la vitesse constante v, la condition que la surface d'onde doit passer aux heures t_1, t_2, t_3, t_4, respectivement par les points S_1, S_2, S_3, S_4, conduit à écrire les équations suivantes :

$$\left.\begin{aligned}(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2 &= v^2(t_1 - t_0)^2 \\ (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2 &= v^2(t_2 - t_0)^2 \\ (x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 + (z_3 - z_0)^2 &= v^2(t_3 - t_0)^2 \\ (x_4 - x_0)^2 + (y_4 - y_0)^2 + (z_4 - z_0)^2 &= v^2(t_4 - t_0)^2\end{aligned}\right\} \quad (41)$$

La résolution du système (41) est simple en raison de sa forme même ; en combinant les équations (41) de deux en deux par voie de soustraction on obtient un système linéaire équivalent qui fournira les valeurs des inconnues x_0, y_0, z_0 et t_0 d'après les règles ordinaires de l'algèbre.

z_0 et t_0 étant connus, pour trouver l'heure à l'épicentre il convient d'ajouter à t_0 le quotient de la profondeur hypocentrale z_0 par v.

La connaissance des heures des $\overline{\mathrm{P}}$ observées en quatre stations est nécessaire et suffisante pour résoudre le problème posé. Dans le cas où le nombre des stations dépasse quatre, chaque observatoire supplémentaire nous fournit une équation du type (41), et en les retranchant deux à deux on obtiendra un système équivalent dont la résolution par la méthode des moindres carrés nous fournira les valeurs les plus probables des inconnues x_0, y_0, z_0, t_0.

Dans la pratique courante des calculs séismiques on peut abréger le procédé que nous venons d'exposer. Généralement les altitudes des stations séismologiques sont des nombres inférieurs à un ou deux kilomètres (dans le réseau espagnol l'altitude maximum correspondant à Cartuja (Grenade) est seulement de 768 mètres); et comme la vitesse des ondes séismiques à la surface terrestre est d'environ cinq kilomètres et demi par seconde, que d'autre part les heures de $\overline{\mathrm{P}}$ observées comportent souvent des erreurs de deux à trois secondes, nous pourrons supposer dans (41) que tous les z des stations sont nuls ou négligeables, car cette simplification n'introduira dans le calcul que des erreurs de deux à trois dixièmes de seconde, erreurs, en général, inférieures à celles des observations.

Dans ces conditions le système d'équations du type (41) se réduit au suivant :

$$\left.\begin{array}{l}(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + z_0^2 = v^2(t_1 - t_0)^2 \\ (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + z_0^2 = v^2(t_2 - t_0)^2 \\ (x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 + z_0^2 = v^2(t_3 - t_0)^2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ (x_n - x_0)^2 + (y_n - y_0)^2 + z_0^2 = v^2(t_n - t_0)^2\end{array}\right\} \quad (42)$$

en considérant le cas général de n stations, supposées rangées par ordre croissant de leurs distances épicentrales.

On voit tout de suite que la profondeur hypocentrale z_0 peut être éliminée aisément en combinant deux à deux par voie de soustraction les équations (42). Si les heures observées de $\overline{\mathrm{P}}$ sont connues toutes avec la même précision, la manière de combiner les équations (42) pour éliminer z_0 devient indifférente. Mais si quelques-unes de ces heures sont douteuses ou de précision moindre, on prendra la précaution de n'envisager dans les soustractions que les équations pour lesquelles les heures de $\overline{\mathrm{P}}$ offrent une garantie suffisante. C'est à cette seule condition qu'on pourra tirer parti des données d'observation.

Si nous supposons, par exemple, que l'heure observée à la station S_1 est très précise, étant donné sa faible distance épicentrale et l'amplitude maximum de l'impulsion dans le graphique, il est légitime de retrancher la première équation (42) de toutes les suivantes et on est conduit au système linéaire équivalent :

$$\left.\begin{array}{l}(x_1-x_2)x_0+(y_1-y_2)y_0-v^2(t_1-t_2)t_0=\dfrac{x_1^2-x_2^2+y_1^2-y_2^2+v^2(t_2^2-t_1^2)}{2} \\ (x_1-x_3)x_0+(y_1-y_3)y_0-v^2(t_1-t_3)t_0=\dfrac{x_1^2-x_3^2+y_1^2-y_3^2+v^2(t_3^2-t_1^2)}{2} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ (x_1-x_n)x_0+(y_1-y_n)y_0-v^2(t_1-t_n) \;=\dfrac{x_1^2-x_n^2-y_1^2-y_n^2+v^2(t_n^2-t_1^2)}{2}\end{array}\right\} \quad (43)$$

Si les heures de $\overline{P}$ sont à peu près d'égale précision, on pourra faire la soustraction successive des équations et on obtiendra un système semblable à (43) avec les différences successives : $x_1 - x_2$, x_2, $- x_3$, $x_3 - x_4$, .. $y_1 - y_2$, $y_2 - y_3$, $y_3 - y_4$, ... etc., pour coefficients des inconnues.

Comme les heures de $\overline{P}$ diffèrent les unes des autres d'une petit nombre de secondes, nous prendrons pour origine des temps l'heure t_1 de la première station S_1, et en faisant :

$$\tau_2 = t_2 - t_1, \qquad \tau_3 = t_3 - t_1, \ldots.. \tau_n = t_n - t_1$$

et adoptant, au lieu de t_0, $\tau = t_1 - t_0$ comme inconnue auxiliaire, le système (43) prend la forme plus simple :

$$\left.\begin{array}{l}
(x_1 - x_2)x_0 + (y_1 - y_2)y_0 - v^2\tau_2\tau = \dfrac{x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 + v^2\tau_2^2}{2} \\
(x_1 - x_3)x_0 + (y_1 - y_3)y_0 - v^2\tau_3\tau = \dfrac{x_1^2 - x_3^2 + y_1^2 - y_3^2 + v^2\tau_3^2}{2} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
(x_1 - x_n)x_0 + (y_1 - y_n)y_0 - v^2\tau_n\tau = \dfrac{x_1^2 - x_n^2 + y_1^2 - y_n^2 + v^2\tau_n^2}{2}
\end{array}\right\} \qquad (44)$$

La formation de ces équations est très facile, si l'on dispose d'une table de carrés et d'une autre table qui donne les produits de $v = 5{,}7$ par la série naturelle des nombres entiers. Si le réseau des stations est toujours le même, les différences $x_1 - x_2$, $x_1 - x_3$, ... $y_1 - y_2$, $y_1 - y_3$, ... $x_1^2 - x_2^2$, $x_1^2 - x_3^2$, ... $y_1^2 - y_2^2$, $y_1^2 - y_3^2$.... peuvent être calculées une fois pour toutes.

En désignant pour abréger par a, b, c les coefficients des inconnues et par i les seconds membres de (44) le système devient :

$$\left.\begin{array}{l}
a_1x_0 + b_1y_0 - c_1\tau = i_1 \\
a_2x_0 + b_2y_0 - c_2\tau = i_2 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_nx_0 + b_ny_0 - c_n\tau = i_n
\end{array}\right\} \qquad (45)$$

et les valeurs les plus probables des inconnues s'obtiennent en résolvant le système d'équations normales :

$$\left.\begin{aligned} [\mathbf{aa}]\mathbf{x}_0 + [ab]y_0 - [ac]\tau &= [ai] \\ [\mathbf{bb}]\mathbf{y}_0 - [bc]\tau &= [bi] \\ [\mathbf{cc}]\tau &= [ci] \end{aligned}\right\} \tag{46}$$

d'après la notation de Gauss.

Les valeurs de x_0, y_0 fixent la position de l'épicentre, qui est un élément de première importance. Dans le cas de séismes violents on procède à des reconnaissances sur le terrain et l'on obtient des données d'information macroséismique, qui permettent de réaliser un tracé soigné des isoséistes. Dans ce cas on peut déduire les coordonnées de l'épicentre de la carte des isoséistes ; dans des conditions favorables, on peut obtenir des coordonnées épicentrales à 5 ou 10 kilomètres près.

Connaissant la position de l'épicentre on peut passer au calcul de la profondeur hypocentrale et de l'heure du séisme de la manière suivante.

Comme les coordonnées de l'épicentre x_0, y_0 sont connues on peut déterminer les distances épicentrales Δ_1, Δ_2, Δ_3, ... par les formules :

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 &= \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} \\ \Delta_2 &= \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2} \\ \Delta_3 &= \sqrt{(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2} \end{aligned}\right\} \tag{47}$$

et le système d'équations (42) devient :

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1^2 + z_0^2 &= v^2(t_1 - t_0)^2 \\ \Delta_2^2 + z_0^2 &= v^2(t_2 - t_0)^2 \\ \Delta_3^2 + z_0^2 &= v^2(t_3 - t_0)^2 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \Delta_n^2 + z_0^2 &= v^2(t_n - t_0)^2 \end{aligned}\right\} \tag{48}$$

ou bien en vertu des notations (43 *bis*) et $\tau = t_1 - t_0$:

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1^2 + z_0^2 &= v^2\tau^2 \\ \Delta_2^2 + z_0^2 &= v^2(\tau + \tau_2)^2 \\ \Delta_3^2 + z_0^2 &= v^2(\tau + \tau_3)^2 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \Delta_n^2 + z_0^2 &= v^2(\tau + \tau_n)^2 \end{aligned}\right\} \tag{49}$$

En combinant ces équations deux à deux par voie de soustraction on élimine z_0: si, par exemple, on fait la soustraction de proche en proche on obtient le système :

$$\left.\begin{array}{ll} \Delta_2^2 - \Delta_1^2 & = 2v^2\tau_2\tau + v^2\tau_2^2 \\ \Delta_3^2 - \Delta_2^2 & = 2v^2(\tau_3 - \tau_2)\tau + v^2(\tau_3^2 - \tau_2^2) \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \Delta_n^2 - \Delta_{n-1}^2 & = 2v^2(\tau_n - \tau_{n-1})\tau + v^2(\tau_n^2 - \tau_{n-1}^2) \end{array}\right\} \quad (50)$$

et la valeur la plus probable de τ :

$$\tau = \frac{1}{n-1}\sum_{i=2}^{i=n}\frac{\Delta_i^2 - \Delta_{i-1}^2 - v^2(\tau_i^2 - \tau_{i-1}^2)}{2v^2(\tau_i - \tau_{i-1})}. \quad (51)$$

De la valeur de τ on passe à celle de t_0 par la relation très simple :

$$t_0 = t_1 - \tau. \quad (52)$$

Si on retranche t_0 de toutes les heures de $\overline{\mathrm{P}}$, on trouve les différences $t_1 - t_0$, $t_2 - t_0$, $t_3 - t_0$, ... qui entrent dans les seconds membres de (48) et on tire la valeur la plus probable de la profondeur hypocentrale :

$$z_0 = \sqrt{\frac{\Sigma v^2 (t_i - t_0)^2 - \Sigma\Delta_i^2}{n}}. \quad (53)$$

Dans le cas où l'on connaît par des informations macroséismiques la position de l'épicentre, le problème se réduit à la détermination de z_0 et t_0, de sorte que les données de deux stations sont nécessaires et suffisantes pour trouver ces inconnues.

Si l'on veut déterminer seulement la profondeur hypocentrale z_0 on peut suivre la marche suivante.

Soit F (fig. 4) le foyer dont on veut calculer la profondeur hypocentrale. Si S_1 H_1 est la surface d'onde à l'instant t_1 d'arrivée à la première station, S_1 et S_2 H_2 à l'instant t_2 d'arrivée à la seconde, on voit aisément que dans l'intervalle $t_2 - t_1 = \tau_2$ le rayon parcourt la distance M S_2, différence entre

$$FS_2 = \sqrt{z_0^2 + \Delta_2^2} \qquad \text{et} \qquad FS_1 = \sqrt{z_0^2 + \Delta_1^2} \quad (54)$$

et on obtient l'équation :

$$\sqrt{z_0^2 + \Delta_2^2} - \sqrt{z_0^2 + \Delta_1^2} = v\tau_2 \qquad (55)$$

qui fournit la valeur de z_0 :

$$z_0 = \sqrt{\left(\frac{\Delta_2^2 - \Delta_1^2 - v^2\tau_2^2}{2v\tau_2}\right)^2 - \Delta_1^2}. \qquad (56)$$

Le calcul est très aisé si l'on dispose d'une table de carrés et de racines carrées, comme celle de Barlow [4], par exemple, et d'une autre qui fournisse les produits $v\tau_2$. Il suffit de calculer z_0 en kilomètres en chiffres ronds, parce que les données instrumentales ne permettent pas une plus grande approximation.

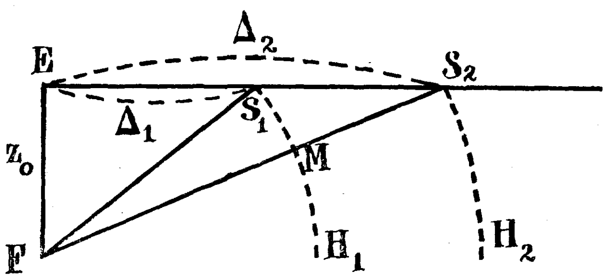


Fig. 4

Pour montrer une application de ce calcul nous prendrons pour exemple le séisme du Wallensee (Suisse) du 7 novembre 1924, qui a été l'objet d'une intéressante note de la part du distingué séismologue M. A. de Quervain (*Jahresbericht des Schweizerischen Erdbebendienstes*, 1923, *von Prof. A. de Quervain*, Zurich, 1924). D'après cette étude l'épicentre obtenu par le tracé soigné des isoséistes est un point dont les distances à Zurich et à Coire sont respectivement de 55 et de 40 kilomètres.

Les heures de $\overline{\mathrm{P}}$ observées à ces stations sont :

Coire : $11^h54^m22^s,7$ Zürich : $11^h54^m24^s,7$

qui diffèrent exactement de deux secondes.

Si l'on porte ces valeurs $\Delta_1 = 40$ kilomètres, $\Delta_2 = 55$ kilomètres et $\tau_2 = 2$ secondes dans la formule (56) on trouve pour $v = 5{,}625$ km. :

$$z_0 = 42 \text{ kilomètres}$$

et pour $v = 5{,}7$:

$$z_0 = 40 \text{ kilomètres},$$

résultats qui ne diffèrent que de deux kilomètres.

Malheureusement nous ne disposons pas de données d'autres stations séismologiques qui permettraient de vérifier la valeur de z_0, parce que dans les graphiques enregistrés aux observatoires les plus proches, ceux de Neuchâtel et Strasbourg, on ne put pas distinguer la première phase de ce séisme.

Si nous adoptons la valeur $z_0 = 40$ kilomètres, correspondant à la vitesse $v = 5{,}7$ km., la distance du foyer à Coire sera 56,6 km., que le rayon parcourra en $\tau = 9{,}9$ sec. L'heure du séisme au foyer sera : $t_0 = 11^h 54^m 12^s{,}8$ et à l'épicentre : $11^h\ 54^m 19^s{,}8$.

Comme on le voit par cet exemple, pour le calcul de la profondeur hypocentrale et l'heure du séisme il suffit de connaître les distances épicentrales de deux stations, et toutes les fois que l'on pourra déduire la distance épicentrale des stations on se trouvera dans les conditions voulues pour faire ce calcul, même si l'on ne connaît pas la position précise de l'épicentre.

Au lieu d'obtenir par des formules la profondeur hypocentrale on peut employer des constructions graphiques qui donnent les résultats approchés plus aisément.

Nous nous occuperons seulement de l'emploi des courbes hodographes. Dans notre hypothèse du rayon séismique rectiligne la construction de l'hodographe est bien simple parce que les durées du trajet T correspondant à une distance épicentrale Δ et à une profondeur h s'obtiennent par la formule

$$T = \frac{\sqrt{\Delta^2 + h^2}}{v}, \tag{57}$$

Pour tracer la courbe hodographe correspondant à une certaine valeur de h, par exemple $h = 20$ kilomètres, il suffira de donner des valeurs croissantes à Δ dans (57) et de déduire les valeurs correspondantes de T. A l'aide d'un grand nombre de points (dont l'abscisse est Δ et l'ordonnée T) on pourrait effectuer aisément le tracé de l'hodographe.

On peut cependant l'obtenir plus simplement, si l'on remarque que l'équation (57), en désignant par y la distance épicentrale Δ et par x la durée T, se transforme facilement en

$$\frac{x^2}{\left(\frac{h}{v}\right)^2} - \frac{y^2}{h^2} = 1 \tag{58}$$

équation d'une hyperbole de demi-axes h et $\frac{h}{v}$, qui peut être construite très facilement.

Si nous donnons à h des valeurs en progression arithmétique (1, 2, 3, 4,... kilomètres), on obtiendra une famille d'hyperboles homofocales, qui nous permettront d'obtenir rapidement les durées T correspondant à une certaine valeur de h.

En comparant les valeurs des différences $T_2 - T_1$, $T_3 - T_2$, $T_4 - T_3$,..... tirées des hodographes avec les différences $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$, $t_4 - t_3$... des heures de $\overline{P}$ observées, l'hyperbole pour laquelle l'accord sera le meilleur nous fera connaître la valeur cherchée de h.

Pour montrer une application de ce procédé, considérons le séisme du 10 avril 1911, aux environs de Rome, qui a fait l'objet de deux intéressantes monographies du Prof. A. G. Agamennone (6). De son côté M. E. Rosenthal l'a étudié dans le travail déjà cité (3) où il a fixé les coordonnées épicentrales suivantes :

Latitude : 41°50′ Longitude : 12°49′ E.

En acceptant cet épicentre les distances des quatre stations sont

Rocca di Papa	*Roma*	*Ischia*	*Zagreb*
$\Delta_1 = 13$	$\Delta_2 = 31$	$\Delta_3 = 151$	$\Delta_4 = 509$ km.

et les heures de $\overline{P}$ observées :

$t_1 = 10^h43^m39^s$, $t_2 = 10^h43^m41^s$, $t_3 = 10^h43^m59^s$ et $t_4 = 10^h45^m00^s$.

Rosenthal [3] trouve pour ce séisme la profondeur hypocentrale :

$$h = 40{,}4 \pm 3{,}8 \text{ km.} \tag{59}$$

Appliquons notre procédé et dans ce but essayons les valeurs $h = 40$, $h = 45$ et $h = 50$ kilomètres. Ne disposant pas des hodographes nous aurons recours à la formule (57). Au moyen des tables de Bartel [4] et d'une autre [7] que nous avons construite, qui donne les produits de v par les nombres entiers, on obtient très rapidement (quelques minutes suffisent) les valeurs suivantes :

	$h = 40$ km.	$h = 45$ km	$h = 50$ km
Rocca di Papa	$T_1 = \overset{s}{7{,}35}$	$T_1 = \overset{s}{8{,}2}$	$T_1 = \overset{s}{9{,}1}$
Rome	$T_2 = 8{,}89$	$T_2 = 9{,}6$	$T_2 = 10{,}3$
Ischia	$T_3 = 27{,}4$	$T_3 = 27{,}65$	$T_3 = 27{,}9$
Zagreb	$T_4 = 89{,}6$	$T_4 = 89{,}65$	$T_4 = 89{,}73$

Si nous formons, pour ces trois valeurs de h, les différences $T_2 - T_1$, $T_3 - T_2$ et $T_4 - T_3$ et si nous les comparons respectivement à celles des heures de $\overline{P}$ observées $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$ et $t_4 - t_3$, nous obtenons les résultats suivants :

	$t_2 - t_1 = 2^s$	$t_3 - t_2 = 18^s$	$t_4 - t_3 = 61^s$
Pour $h = 40$ km.	$T_2 - T_1 = \overset{s}{1{,}54}$	$T_3 - T_2 = \overset{s}{18{,}51}$	$T_4 - T_3 = \overset{s}{62{,}2}$
Pour $h = 45$ km.	$T_2 - T_1 = 1{,}4$	$T_3 - T_2 = 18{,}05$	$T_4 - T_3 = 62$
Pour $h = 50$ km.	$T_2 - T_1 = 1{,}2$	$T_3 - T_2 = 17{,}6$	$T_4 - T_3 = 61{,}83$

Si nous formons les carrés des différences entre les différences des durées T et celles des heures t observées on trouve :

Pour $h = 40$ kilomètres $[\Delta\Delta] = 1{,}91$; pour $h = 45$ kilomètres $[\Delta\Delta] = 1{,}36$; et pour $h = 50$ kilomètres $[\Delta\Delta] = 1{,}49$. Ces chiffres nous montrent que la valeur cherchée de h est 45 kilomètres. Nous ne poursuivrons pas le calcul par de nouveaux essais, parce que les données d'observation, exprimées en secondes rondes, ne permettent pas d'obtenir la profondeur à un kilomètre près, mais en comparant la valeur trouvée à celle de Rosenthal (59) nous remarquerons qu'elles coïncident presque, parce que cette dernière comporte une erreur moyenne de 4 kilomètres environ.

On voit par cet exemple que le calcul de la profondeur hypocentrale dans l'hypothèse du rayon rectiligne conduit par des calculs très simples à des résultats présentant le même degré de précision que ceux auxquels on est conduit par d'autres procédés plus compliqués sans être d'ailleurs plus exacts.

CHAPITRE II

CALCUL DE LA PROFONDEUR HYPOCENTRALE

Dans le chapitre précédent nous avons exposé les procédés de calcul des coordonnées de l'hypocentre basés sur l'hypothèse du rayon rectiligne et d'une vitesse constante de propagation des ondes, qui est à peu près 5,7 km./sec. Dans celui-ci nous exposerons d'autres méthodes, qui elles aussi sont d'une grande simplicité et d'une portée pratique considérable.

Dans le mémoire déjà cité à plusieurs reprises [3], Rosenthal montre la nécessité de traiter à part les deux problèmes : détermination de l'épicentre et calcul de la profondeur hypocentrale. Nous exposerons la manière d'obtenir cette dernière en supposant qu'on a déjà fait la détermination de l'épicentre et qu'on connaît par conséquent les distances épicentrales des stations qui ont observé les heures des $\overline{P}$.

Si l'on possède des données suffisantes pour tracer soigneusement l'hodographe on peut déterminer son point d'inflexion et trouver la profondeur hypocentrale. Comme on le sait, d'après la théorie de l'hodographe la distance épicentrale Δ_m de son point d'inflexion est précisément égale à la moitié de la distance épicentrale d'un rayon séismique, qui venant de la surface terrestre ($h = 0$) atteint une profondeur égale à celle que nous cherchons. En utilisant cette propriété on est conduit à calculer la profondeur maximum d'un rayon dont la distance épicentrale soit le double de Δ_m. Nous emploierons, par conséquent, la formule (21) en y faisant $\Theta = \Theta_1 = \Theta_2$, ce qui la transforme en :

$$\mathrm{tg}^2 \frac{\Theta}{2} = \frac{h(a - bR^2) + bh^2R}{R[a + b(R - h)^2] + (R - h)(a + bR^2)}. \tag{60}$$

En remplaçant Θ par Δ_m exprimé en arc, et résolvant par rapport à h l'équation de second degré (60), la racine positive nous fournira la valeur cherchée de la profondeur hypocentrale.

Ce procédé est un peu long et on peut en suivre un autre, plus simple, et susceptible d'une grande approximation.

Si nous prenons pour unité de longueur le rayon terrestre R = 6370 kilomètres et si h est alors exprimé en parties de ce rayon, la formule (60) devient :

$$\mathrm{tg}^2 \frac{\Theta}{2} = \frac{h(a - b) + bh^2}{a + b(1 - h)^2 + (1 - h)(a + b)}. \tag{61}$$

Comme les profondeurs que nous avons à considérer sont inférieures à 57 kilomètres, c'est-à-dire que h est toujours inférieur à 0,008, nous pourrons sans grande erreur négliger dans le numérateur de (61) le terme bh^2 et faire dans le dénominateur $(1 - h)^2 = 1$ et $1 + h = 1$ et la fraction (61) devient :

$$\mathrm{tg}^2 \frac{\Theta}{2} = \frac{h(a - b)}{2(a + b)} \tag{62}$$

et, les calculs effectués et les valeurs (28) de a et b introduites, on arrive à l'expression :

$$\mathrm{tg} \frac{\Theta}{2} = 0,35205 \sqrt{h} \tag{63}$$

formule très simple, qui donne les valeurs de h correspondant à celles de Θ ou Δ_m.

C'est par cette formule que nous avons calculé les valeurs de Δ_m qui correspondent à celles de h, de kilomètre en kilomètre, et qui se trouvent dans le tableau ci-contre.

Le lecteur sera certainement frappé par la simplicité de cette formule par rapport à la complication des procédés de Mohorovicic et Gutenberg pour le calcul de h au moyen de Δ_m.

Dans le séisme de l'Europe centrale du 16 novembre 1911, l'hodographe des ondes $\overline{P}$ que nous avons tracé [7] a son point d'inflexion à la distance Δ_m = 375 kilomètres : sa profondeur hypocentrale est par conséquent 44,5 km., chiffre qui est en bon accord avec les valeurs trouvées par B. Gutenberg [8].

Le tableau II donne par lecture directe la profondeur hypocentrale h en fonction de la distance Δ_m du point d'inflexion de l'hodographe ; on ne peut espérer une plus grande simplicité.

TABLEAU II

Valeurs de Δ_m (distance épicentrale du point d'inflexion de l'hodographe) correspondant à celles de la profondeur hypocentrale h

h km.	Δ_m km.	h km.	Δ_m km.	h km.	Δ_m km.	h km.	Δ_m km.
1	56	16	225	31	312	46	381
2	79	17	232	32	317	47	385
3	97	18	239	33	322	48	389
4	112	19	245	34	327	49	393
5	126	20	251	35	332	50	397
6	135	21	258	36	337	51	401
7	150	22	265	37	342	52	405
8	158	23	270	38	347	53	409
9	168	24	276	39	351	54	413
10	178	25	281	40	356	55	417
11	187	26	287	41	360	56	420
12	195	27	292	42	364	57	424
13	202	28	297	43	368		
14	210	29	302	44	373		
15	218	30	308	45	377		

Calcul de la profondeur hypocentrale au moyen des hodographes de $\overline{P}$ et P. — Si l'on admet la théorie de A. Mohorovicic [1], qui explique l'existence des deux

[1] Voir l'exposé de cette théorie fait par E. Rothé : « Sur la propa-

ondes longitudinales $\overline{P}$ et P en considérant les premières comme ondes normales et les secondes comme des ondes qui se brisent par réfraction sur une surface de discontinuité à la profondeur de 57 kilomètres, l'intervalle de temps qui sépare l'arrivée des deux ondes P et $\overline{P}$ est fonction de la distance épicentrale Δ et de la profondeur h, donc si l'on connaît cette différence de temps (et le graphique enregistré permet de mesurer l'intervalle de temps entre P et $\overline{P}$) on pourra en déduire la profondeur hypocentrale. En appliquant ce procédé à tous les séismogrammes dont on dispose on trouvera un groupe de valeurs de h dont la moyenne pourra être acceptée comme valeur définitive, débarrassée des erreurs d'observation.

Cette méthode suppose qu'on ait les hodographes correspondant aux diverses profondeurs hypocentrales. M. E. Rothé a eu la très louable initiative de publier dans les travaux scientifiques du Bureau central séismologique les tables de A. Mohorovicic, dont l'utilité pour le calcul séismique est d'une portée considérable, mais ces tables ne fournissent les durées de trajet que pour les quatre valeurs de la profondeur hypocentrale : 0, 25, 45 et 57 kilomètres, dont les deux extrêmes ne se présentent que rarement dans la pratique. Dans ces conditions ce procédé de calcul de la profondeur h au moyen de l'intervalle entre les heures de P et $\overline{P}$ ne permet qu'une faible approximation. M. Gutenberg (11) l'a appliqué, par exemple, au mégaséisme du Japon du 1er septembre 1923 et il est arrivé à la conclusion que pour les petites distances épicentrales la courbe hodographe qui convient le mieux est celle de $h = 45$, tandis que pour les grandes il convient de prendre $h = 25$. En réalité, dit M. Gutenberg, il semble que la profondeur doive être comprise entre ces deux valeurs, en supposant d'ailleurs que les conditions de propa-

gation des ondes séismiques au voisinage de l'épicentre, Préliminaires continues et trajets à réfraction. Ondes P et $\overline{P}$, exposé d'après les travaux de A. Mohorovicic. » Publications du Bureau Central sismologique international. Série A, Travaux scientifiques, 1924.

pagation des ondes au Japon ne diffèrent pas beaucoup de celles de l'Europe centrale auxquelles se rapportent les tables de Mohorovicic.

On voit que cette méthode ne permet pas une grande précision parce qu'on n'a calculé les durées du trajet que pour les quatre profondeurs, de 0, 25, 45 et 57 kilom. En attendant que de nouvelles recherches permettent de combler cette lacune, nous proposerons une méthode simple de calcul des durées de trajet de $\overline{P}$ et P pour toutes les profondeurs hypocentrales, avec cette restriction que notre méthode ne donne que des valeurs approchées.

Pour les ondes $\overline{P}$ il suffit de faire le calcul en supposant le rayon rectiligne et la vitesse constante $v = 5{,}7$ km./sec. On emploie la formule (57) et les durées T se calculent rapidement en disposant d'une table de carrés et racines carrées et d'une table des produits de v.

Pour calculer les durées des ondes normales P nous nous appuierons sur les considérations suivantes. Si l'on construit les hodographes de P pour les quatre profondeurs 0, 25, 45 et 57 kilomètres en se servant des durées que fournissent les tables de A. Mohorovicic (10), on obtient quatre droites parallèles, qui prolongées coupent l'axe des temps en quatre points dont voici les ordonnées : y_0 :

$$h = 0, \quad y_0 = +13^s{,}8\,; \qquad h = 25, \quad y_0 = +5^s{,}4\,;$$
$$h = 45, \quad y_0 = -0^s{,}8\,; \qquad h = 57, \quad y_0 = -4^s{,}8.$$

Si l'on construit les points qui ont ces couples de valeurs pour coordonnées, on trouve qu'ils se placent en ligne droite, de sorte qu'on peut trouver par interpolation linéaire les points où les hodographes correspondant à d'autres valeurs de la profondeur couperaient l'axe des y, c'est-à-dire les valeurs des ordonnées à l'origine des droites parallèles.

Le calcul donne pour valeur des dites ordonnées en fonction de h :

$$y_0 = 13^s{,}8 - 0{,}326316\ldots\ldots h. \qquad (64)$$

Quant à l'inclinaison des droites qui correspondent aux profondeurs 0, 25, 45 et 57 kilomètres, on trouve pour la tangente de l'angle d que ces droites font avec l'axe des x

Pour $h = 0$	$\text{tang} \cdot \alpha = 1 : 8{,}01$
» $h = 25$	$\text{tang} \cdot \alpha = 1 : 8{,}00$
» $h = 45$	$\text{tang} \cdot \alpha = 1 : 7{,}99$
» $h = 57$	$\text{tang} \cdot \alpha = 1 : 7{,}99$.

En prenant donc comme moyenne 1 : 8, on voit que la vitesse apparente de propagation des ondes P est égale à 8 kilomètres-secondes.

Connaissant déjà l'ordonnée à l'origine et le coefficient angulaire des droites parallèles, qui d'après les recherches de A. Mohorovicic sont les hodographes des ondes P, on peut obtenir la formule qui donne les durées T des trajets des dites ondes en fonction de la distance épicentrale Δ et de la profondeur h :

$$T = 13^s{,}8 - 0{,}326316 \cdot h + \frac{\Delta}{8} \tag{65}$$

Cette hypothèse que toutes les hodographes des ondes P sont des droites parallèles et le fait qu'on les obtient par interpolation en nous basant sur celles qu'a trouvées A. Mohorovicic pour quatre profondeurs hypocentrales nous semblent bien justifier la manière d'arriver à une valeur approchée des durées de P.

Connaissant déjà les formules (57) et (65) qui donnent les durées des $\overline{P}$ et P, on peut construire les hodographes pour toutes les profondeurs hypocentrales et trouver par comparaison des intervalles compris entre les arrivées des P et $\overline{P}$ la profondeur hypocentrale du séisme en question.

Cas où l'on dispose d'observations au voisinage de l'épicentre. — Dans ce cas le tracé de l'hodographe conduit à une détermination très simple de la profondeur hypocentrale. En effet, si l'on connaît l'heure des $\overline{P}$ en des points très proches de l'épicentre, on pourra prolonger l'hodographe MIA (fig. 5) jusqu'au point A d'intersection avec l'axe Ot des temps et ce point donnera l'heure du séisme à l'épicentre. D'un autre côté la tangente BIS à l'hodographe au point I d'inflexion coupe l'axe Ot en un point B, qui donne l'heure du séisme au foyer. Le segment BA est donc la durée du trajet normal et le produit de cette durée BA par 5,7 n'est autre chose que la profondeur hypocentrale.

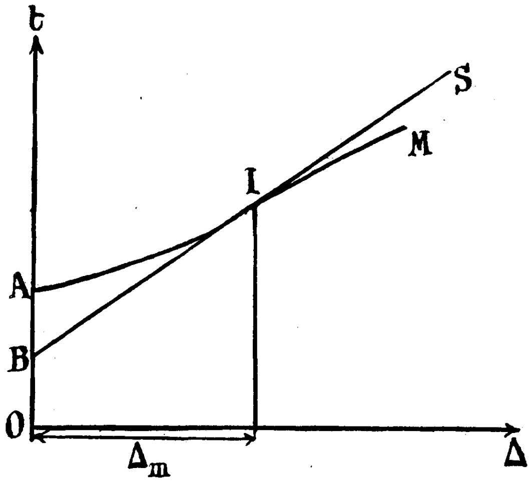


Fig 5.

Prenons comme exemple le séisme de l'Europe centrale du 16 novembre 1911. Le tracé de l'hodographe, que nous avons fait [7], nous donne : heure au foyer : $21^h25^m51^s$, l'heure à l'épicentre fournie par la tangente au point d'inflexion est : $21^h26^m0^s,5$: l'intervalle entre ces deux heures est $9^s,5$; c'est la durée du trajet normal : en la multipliant par 5,7 on trouve 54 kilomètres, valeur de la profondeur hypocentrale, bien d'accord avec celle de 55 kilomètres, que M. B. Gutenberg a obtenue dans son remarquable travail sur ce séisme [8].

Le point d'intersection de l'hodographe avec l'axe Ot, qui donne l'heure à l'épicentre, présente dans ce cas une incertitude inférieure à une seconde : la valeur de la profondeur hypocentrale en résulte avec une erreur inférieure à 4 ou 5 kilomètres.

Le procédé que nous venons d'exposer est fort simple, mais il exige la connaissance de l'heure de $\overline{P}$ observée à des distances inférieures à 70 ou 80 kilomètres. Si les observations correspondent à des distances épicentrales toutes supérieures à 100 kilomètres, la prolongation de l'hodographe pour trouver l'intersection avec l'axe Ot ne peut être faite avec sûreté et l'heure à l'épicentre manque de précision. Dans l'exemple cité l'existence d'une station (Hohenheim) située à une distance de 45 kilomètres a permis de prolonger l'hodographe dans de bonnes conditions et de trouver l'heure à l'épicentre avec une erreur inférieure à une seconde.

Calcul de la profondeur hypocentrale dans la théorie du rayon séismique circulaire. — Si l'on suppose que la variation de la vitesse v avec la profondeur s'exprime par l'équation (29) on peut trouver par des essais successifs des valeurs de h quelle est celle qui s'accorde le mieux avec les heures observées de $\overline{P}$.

Pour cela on commence par assigner à h une valeur arbitraire, par exemple $h = 25$ kilomètres. Nous calculerons par la formule (21) en y faisant $\Theta_1 = \Theta_2$ la distance épicentrale du rayon qui pénètre à cette profondeur de 25 kilomètres, et nous pourrons ranger les distances épicentrales des stations en deux groupes : celles qui sont inférieures à celles qui viennent d'être calculées et qui appartiennent, par conséquent, à la région intérieure, — et celles qui sont supérieures et correspondent à la région extérieure.

Si l'on exprime ces distances épicentrales en degrés on obtiendra les angles Θ_1 ou Θ_2 correspondant aux diverses stations, selon qu'elles appartiennent à la région intérieure ou extérieure. La connaissance d'un de ces angles Θ_1 ou Θ_2 permettra de déterminer l'autre Θ_2 ou Θ_1, en employant la formule (21) et en y portant $h =$ 25 kilomètres.

La formule (20) fournira les valeurs des angles α et φ et ensuite on calculera l'intégrale (24 *bis*) entre les limites O et α et O et φ ; la somme et la différence de ces deux quantités fourniront alors la durée T_1 ou T_2 du trajet selon que la station appartiendra à la région intérieure ou extérieure.

Les durées T_1, T_2, T_3, T_4,..... correspondant à toutes les stations étant calculées, nous pourrons comparer les différences : $T_2 - T_1$, $T_3 - T_2$, $T_4 - T_3$,...... avec celles des heures observées $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$, $t_4 - t_3$,..... et juger de l'accord de ces chiffres.

En assignant à h une autre valeur, par exemple, $h =$ 35 kilomètres, on procédera de même pour calculer les durées T_1, T_2, T_3, T_4........ et en calculant la somme des carrés des différences $[(T_2 - T_1) - (t_2 - t_1)]$, $[(T_3 - T_2) - (t_3 - t_2)]$, $[(T_4 - T_3) - (t_4 - t_3)]$,...... on pourra décider quelle est celle des deux valeurs de h qui s'accorde le mieux avec les données d'observation et par conséquent quelle est celle qu'on doit choisir pour continuer les essais. On continuera de la sorte jusqu'à ce qu'on ait déterminé la valeur de h qui s'accorde le mieux avec les heures observées de $\overline{P}$.

CHAPITRE III

APPLICATION DE LA THÉORIE DU RAYON RECTILIGNE AU MÉGASÉISME DU JAPON (1er SEPTEMBRE 1923) ET AU TREMBLEMENT DE L'EUROPE CENTRALE (16 NOVEMBRE 1911)

Pour montrer l'utilité et le degré de précision que peut fournir la théorie approchée du rayon rectiligne, nous donnerons deux exemples : l'un relatif au mégaséisme japonais du 1er septembre 1923 avec la détermination de l'épicentre et le calcul de la profondeur ; l'autre concernant le tremblement de l'Europe centrale du 16 novembre 1911 : dans ce cas on se bornera à calculer la profondeur hypocentrale.

Comme la méthode est fondée sur la connaissance des heures des $\overline{\mathrm{P}}$ nous avons emprunté aux travaux de Imamura (12), Suda (13) et Gutenberg (11) (1) les données des stations qui ont enregistré les heures de cette phase. D'après l'étude de Gutenberg les stations où l'on peut être certain que les heures observées sont bien celles de $\overline{\mathrm{P}}$ sont, dans l'ordre croissant de leur distance épicentrale :

(1) Nous faisons dans ce chapitre un résumé de notre étude sur le mégaséisme japonais (14) qu'a publiée récemment l'Académie des Sciences de Madrid. Nous renvoyons à ce travail le lecteur désireux de connaître les détails des calculs et la discussion approfondie des résultats.

Numadzu, Tokyo, Kofu, Kumagaya, Tsukuba, Hamamatsu, Maebashi, Choshi, Mito et Matsumoto. De ces stations nous rejetterons, comme ont fait aussi les séismologues cités ci-dessus, celles de Kofu, Hamamatsu et Maebashi, car l'heure de $\overline{P}$ montre des erreurs supérieures à 10 secondes. Pour le calcul des coordonnées rectangulaires des stations nous avons choisi comme axes des x et y le parallèle de 35° N et le méridien de 139° E. Greenwich. En faisant usage des tables qui se trouvent dans l'Appendice du volume III du « Handbuch der Vermessungskunde » de W. Jordan, qui donne les longueurs des arcs de méridien et parallèle rapportés à l'ellipsoïde de Bessel, nous avons calculé les coordonnées des stations japonaises en partant des coordonnées géographiques du recueil de H. O. Wood ([16]), et le tableau ci-contre résume les résultats de ce calcul et donne les heures observées des $\overline{P}$ aux diverses stations.

L'heure des $\overline{P}$ observée à Matsumoto ($2^h59^m04^s$) n'est pas certaine (Imamura ([12]) et Gutenberg ([11]) la croient douteuse) ; quant à l'heure de Mito elle se trouve peut-être dans les mêmes conditions, car cette station, plus éloignée de l'épicentre que Choshi, indique le commencement des $\overline{P}$ trois secondes avant elle. Dans le but de ne pas réduire le nombre des stations, nous n'avons pas rejeté ces heures et avons pris comme heure de Mito et Matsumoto la moyenne des deux heures ($2^h59^m00^s$), en nous basant sur le fait que ces deux stations sont à peu près à égale distance de l'épicentre. Cette moyenne diffère à peine des heures calculées par Gutenberg pour les deux stations (Mito : $2^h58^m59^s$ et Matsumoto : $2^h58^m58^s$).

Les altitudes des stations, comme on le remarque dans le tableau III, sont très petites. Nous n'avons pas indiqué celles de Kumagaya et Tsukuba parce que nous ne les connaissons pas exactement, mais on peut assurer que toutes les altitudes sont inférieures à un kilomètre. Par conséquent nous pouvons négliger dans le calcul les altitudes des stations, car les heures des $\overline{P}$ sont exprimées en le système (66) devient :

$$\left.\begin{aligned} 83\alpha + 68\beta + 162{,}5\gamma &= 673{,}6 \\ 48\alpha + 116\beta + 389{,}9\gamma &= 562{,}7 \\ 113\alpha + 123\beta + 454{,}9\gamma &= 2\,217 \\ 182\alpha + 71\beta + 584{,}3\gamma &= 50{,}2 \\ 146\alpha + 142\beta + 682{,}3\gamma &= 1\,274{,}6 \\ -78\alpha + 126\beta + 682{,}3\gamma &= 1\,457 \end{aligned}\right\} \qquad (68)$$

En lui appliquant la méthode des moindres carrés on trouve les équations normales :

$$\left.\begin{aligned} 82\,486\,\alpha + 48\,937\,\beta + 236\,436{,}4\,\gamma &= 415\,022 \\ 48\,937\,\alpha + 74\,290\,\beta + 336\,608{,}3\,\gamma &= 751\,908 \\ 236\,436{,}4\,\alpha + 336\,608{,}3\,\beta + 1\,658\,419{,}89\,\gamma &= 3\,230\,498 \end{aligned}\right\} \qquad (69)$$

dont la résolution donne :

$$\alpha = -1{,}25 \qquad \beta = +16{,}32 \qquad \text{et} \qquad \gamma = 1{,}19 \qquad (70)$$

et les valeurs les plus probables des inconnues :

$$x_0 = 30{,}0 \text{ km} \qquad y_0 = 14{,}5 \text{ km} \qquad \tau = 9^s{,}81. \qquad (71)$$

En faisant les calculs on trouve que les erreurs probables des coordonnées de l'épicentre sont :

$$\text{Pour } x_0 \ldots 1{,}5 \text{ km} \qquad \text{pour } y_0 \ldots 6{,}1 \text{ km}. \qquad (72)$$

Dans le travail cité (11) Gutenberg après une discussion des résultats obtenus dans tous les cas arrive à la conclusion que l'heure du séisme à l'hypocentre varie seulement entre $2^h58^m30^s$ et $2^h58^m31^s$. Cette remarquable propriété va nous permettre d'obtenir à une seconde près l'inconnue τ (durée du trajet foyer-Numadzu). En effet, d'après l'analyse de Gutenberg, l'heure des $\overline{P}$ à Numadzu est en avance d'une seconde, de sorte qu'elle doit être $2^h58^m40^s$, et comme l'heure du séisme au foyer oscille entre $2^h48^m30^s$ et 31^s il en résulte qu'en retranchant ces deux heures on trouve pour τ une valeur d'environ 9 ou 10 secondes. Ce résultat coïncide admirablement avec la secondes rondes et les erreurs des observations sont bien supérieures à celles qui peuvent résulter du fait qu'on néglige les altitudes.

Tableau III

Coordonnées géographiques et rectangulaires des stations japonaises et heures des $\overline{P}$ observées lors du mégaséisme du 1er septembre 1923

Axes des coordonnées : parallèle de 35° N et méridien de 139° E. Gr.

Nom de la station	Distance épicentrale d'après Imamura (12) Δ km.	Latitude φ N	Longitude λ E. Gr.	Coordonnées rectangulaires X km.	Y km.	Z Altitude m.	Heure observée des $\overline{P}$
Numadzu...	49	35°06′	138°51′	— 14	+ 11	6	$2^h58^m39^s$
Tokio	92	35°42′40″	139°45′59″	+ 69	+ 79	18,9	44^s
Kumagaya .	130	»	»	+ 34	+ 127	»	51^s
Tsakuba....	155	36°12′30″	140°06′	+ 99	+ 134	»	53^s
Choshi	162	35°44′11″	140°51′38″	+ 6	+ 155	111,7	57^s
Mito	187	36°23′	140°28′	+ 132	+ 153	30	54^s
Matsumoto .	189	36°14′	137°59′	— 92	+ 137	581	59^m04^s

Appliquant la théorie exposée dans le chapitre I on trouve un système d'équations analogue à (42), et en retranchant la première, correspondant à la station de Numadzu, de toutes les autres pour éliminer z_0, on obtient le système :

$$\left.\begin{array}{lrcl}
\text{Tokyo......} & 83\,x_0 + 68\,y_0 + 162{,}5\,\tau & = & 4\,936 \\
\text{Kumagaya..} & 48\,x_0 + 116\,y_0 + 389{,}9\,\tau & = & 6\,145 \\
\text{Tsukuba....} & 113\,x_0 + 123\,y_0 + 454{,}9\,\tau & = & 10\,536 \\
\text{Choshi......} & 182\,x_0 + 71\,y_0 + 584{,}8\,\tau & = & 12\,052 \\
\text{Mito........} & 146\,x_0 + 142\,y_0 + 682{,}3\,\tau & = & 13\,094 \\
\text{Matsumoto..} & 78\,x_0 + 126\,y_0 + 682{,}3\,\tau & = & 6\,294
\end{array}\right\} \quad (66)$$

et si on fait :

$$x_0 = 31{,}3 + \alpha \qquad y_0 = -\,1{,}8 + \beta \qquad \tau = 11 + \gamma \qquad (67)$$

valeur la plus probable de τ que nous avons trouvée égale à $9^s,81$ (71).

Nous pouvons donc porter dans le système d'équations (66) une de ces deux valeurs, 9 ou 10 secondes, et poursuivre le calcul pour obtenir x_0 et y_0. D'après la méthode précédente on trouve :

Pour $\tau = 10$ pour $\tau = 9$

$$x_0 = 30{,}0 \quad y_0 = 13{,}7 \text{ km} \qquad x_0 = 30{,}1 \quad y_0 = 18{,}4 \text{ km}. \tag{73}$$

Erreur probable des inconnues :

$$\text{Pour } x_0 \ldots 1{,}5 \text{ km} \qquad \text{pour } y_0 \ldots 1{,}9 \text{ km} \tag{74}$$

Un troisième procédé par des approximations successives nous donne :

$$x_0 = 30{,}3 \quad y_0 = 19{,}7 \ldots \tag{74'}$$

Un quatrième procédé, procédé graphique, basé sur les heures de $\overline{P}$ à Numadzu et Tokyo et sur la circonstance favorable que la distance épicentrale de Numadzu, d'après les résultats de tous ceux qui ont étudié ce séisme, est de 45 kilomètres environ, nous a permis de trouver deux autres valeurs des coordonnées de l'épicentre, dont la moyenne est :

$$x_0 = 30{,}2 \quad y_0 = 17{,}5 \text{ km}. \tag{75}$$

La moyenne de toutes les valeurs calculées est enfin :

$$x_0 = 30{,}15 \quad \text{et} \quad y_0 = 16{,}475 \text{ km}. \tag{76}$$

avec l'erreur probable :

$$\text{Pour } x_0 \ldots 0{,}1 \text{ km} \qquad \text{pour } y_0 \ldots 0{,}9 \text{ km} \ldots \tag{77}$$

Comme on peut en juger par les résultats que nous venons d'exposer, la méthode basée sur le rayon rectiligne conduit à des valeurs des coordonnées épicentrales d'une grande précision.

En prenant comme coordonnées définitives de l'épicentre en kilomètres ronds

$$x_0 = 30 \qquad y_0 = 16 \text{ kilomètres} \tag{78}$$

on peut déterminer les distances épicentrales des stations par les formules (47). On trouve les valeurs suivantes :

Numadzu	44,3	(79)
Tokyo	74,1	
Kumagaya	111,1	
Tsukuba	136,7	
Choshi	153	
Mito	170,8	
Matsumoto	171,8 km	

Les distances épicentrales connues, on peut grouper les stations par couples et calculer la profondeur hypocentrale par la formule (56). On obtient un système de valeurs de h dont la moyenne est

$$h = 35{,}2 \text{ km} \qquad \text{erreur probable : } 2{,}4 \text{ km.}$$

Si l'on fait le tracé de l'hodographe on constate que la position des points correspondant aux stations s'accorde très bien avec l'allure de la courbe qui par son intersection avec l'axe des temps nous donne l'heure du séisme à l'épicentre ; elle est $2^h58^m36^s$, avec une incertitude d'une demi-seconde.

Si dans la formule (56) on suppose que la première station coïncide avec l'épicentre, Δ_1 sera égal à 0, τ sera la différence entre l'heure épicentrale et l'heure observée à la deuxième station et cette formule devient :

$$h = \frac{\Delta_2^2 - v^2\tau^2}{2v\tau} \tag{80}$$

expression qui permet de calculer h, si l'on connaît l'heure à l'épicentre.

En appliquant cette méthode au séisme du Japon on obtient un système de valeurs de h dont la moyenne est

$$h = 35{,}7 \text{ km} \qquad \text{erreur probable : } 1{,}6 \text{ km} \tag{81}$$

cette moyenne diffère de la première de un demi-kilomètre.

Comme nous connaissons à une seconde près l'heure du séisme au foyer, en la retranchant des heures de $\overline{\mathrm{P}}$ observées nous obtiendrons la durée du trajet et nous pourrons trouver la longueur du rayon correspondant à chaque station en multipliant la durée du trajet par $v = 5{,}7$. Ce calcul fait, chaque station nous permettra d'obtenir une valeur de h par la résolution du triangle rectangle qui a pour hypoténuse le rayon, et pour côtés de l'angle droit la distance épicentrale et la profondeur hypocentrale. En appliquant ce procédé on obtient un groupe de valeurs de h, dont la moyenne est :

$$h = 36{,}7 \text{ km} \qquad \text{erreur probable : } 4{,}4 \text{ km.} \tag{82}$$

Enfin la connaissance des heures au foyer et à l'épicentre, qui diffèrent dans ce séisme de 6 secondes, nous permet de calculer la durée du trajet normal : c'est la différence de ces deux heures, égale à 6 secondes. Son produit par $v = 5{,}7$ nous donne la valeur de la profondeur hypocentrale $h = 34{,}2$ km.

La moyenne de toutes les valeurs obtenues de h est :

$$h = 35 \text{ kilomètres} \qquad \text{erreur probable : } 4{,}4 \text{ km.} \tag{83}$$

Comme on le voit par ces chiffres, la méthode basée sur le rayon rectiligne donne des résultats d'une grande précision. Si l'on songe que les heures de $\overline{\mathrm{P}}$ sont exprimées en secondes rondes et que les coordonnées rectangulaires des stations sont calculées à un demi-kilomètre près, on sera assurément frappé de l'exactitude de ce procédé, qui permet d'obtenir des moyennes des coordonnées du foyer à un kilomètre près.

Application au séisme de l'Europe centrale du 16 *novembre* 1911. — Dans son remarquable travail sur ce séisme [8] Gutenberg a calculé les coordonnées de l'épicentre :

$$\text{Latitude } \varphi = 48°19' \pm 3', \qquad \text{longitude } \lambda = 9°5' \pm 2',5 \tag{84}$$

que nous accepterons ainsi que les distances épicentrales qui en découlent. Nous nous bornerons au calcul de la profondeur hypocentrale en employant seulement les heures des $\overline{P}$ des stations qui sont situées à moins de 300 kilomètres de l'épicentre. Pour faire comprendre la faible influence des distances supérieures à ce chiffre, il nous suffira de remarquer que la station de Iéna, par exemple, dont la distance épicentrale est 342 kilomètres pour $h = 40$ kilomètres, a une durée du trajet égale à $60^s,4$; si la profondeur est $h = 50$ kilomètres la durée du trajet s'accroît seulement de deux dixièmes de seconde, et comme les heures des observations s'expriment en secondes rondes, on conçoit qu'il est inutile de s'occuper des stations dont la distance épicentrale dépasse 300 kilomètres.

Dans la table ci-contre figurent les distances épicentrales et les heures observées des sept stations les plus proches et dont le graphique a montré un *impetus* pour la phase $\overline{P}$.

TABLEAU IV

Séisme de l'Europe centrale du 16 novembre 1911

Distances épicentrales et heures de $\overline{P}$ observées dans les stations les plus proches

Nom de la station	Distance épicentrale Δ km.	Heure observée de $\overline{P}$
Hohenheim	45	$21^h26^m3^s6$
Karlsruhe	94	8^s0
Strasbourg	104	9^s6
Zürich / Nördlingen	116	10^s0
Frankfurt	204	24^s9
Neuchâtel	225	29^s3
Besançon	262	36^s3

Nous empruntons ces données au travail de B. Gutenberg (tableau VIII, page 55). Comme les deux stations Zurich et Nordlingen ont observé la même heure de $\overline{P}$

($21^h 26^m 10^s$) nous les considérerons comme une seule station dont la distance épicentrale sera la moyenne des deux distances 113 et 119 kilomètres, calculées par Gutenberg.

Commençons les essais en assignant à h la valeur 50 kilomètres. La formule (57) nous permet d'obtenir les durées T du trajet que voici :

$$T_1 = 11^s,8, \quad T_2 = 18^s,7, \quad T_3 = 20^s,2, \quad T_4 = 22^s,2,$$
$$T_5 = 36^s,8, \quad T_6 = 40^s,4, \quad T_7 = 46^s,8$$

De la somme des carrés des différences

$$[(T_2-T_1)-(t_2-t_1)],\ [(T_3-T_2)-(t_3-t_2)], \ldots [(T_7-T_6)-(t_7-t_6)]$$

résulte :

$$[\Delta\Delta] = 9^s,91.$$

Si l'on répète les calculs pour $h = 55$ et $h = 57$ kilomètres on trouve :

Pour $h = 55$ kilomètres	$[\Delta\Delta] = 8^s,36$
« $h = 57$ »	$[\Delta\Delta] = 8^s,56.$

En comparant ces chiffres, on déduit pour valeur de la profondeur hypocentrale $h = 55$ kilomètres, qui coïncide exactement avec celle obtenue par Gutenberg [8].

CHAPITRE IV

DÉTERMINATION DE L'ÉPICENTRE AU MOYEN DES HEURES DE P OBSERVÉES A PLUSIEURS STATIONS

Dans les chapitres précédents nous avons montré que la méthode de détermination des coordonnées du foyer au moyen des heures de $\overline{P}$ exige qu'on possède les données d'observation de quatre stations au moins dont la distance épicentrale ne soit pas supérieure à 300 kilomètres. Dans la pratique on trouve beaucoup de séismes où ces conditions ne sont pas satisfaites et la méthode que nous avons exposée ne peut pas être appliquée. Pour ne citer qu'un exemple, nous prendrons le séisme du Canal de Berdun (Pyrénées) du 10 juillet 1923, où l'on ne trouve que deux stations situées à une distance épicentrale inférieure à 300 kilomètres : Tortosa à 225 kilomètres et Barcelone à 277 ; la station suivante est Tolède à 403 kilomètres.

Dans ce cas la méthode basée sur l'emploi des ondes $\overline{P}$ ne peut plus être appliquée et il faut en chercher une autre fondée sur les données relatives aux ondes normales P. Dans le chapitre II nous avons remarqué d'après le tracé des hodographes que les ondes P se propagent à la surface terrestre avec une vitesse apparente de 8 kilomètres/secondes environ, vitesse indépendante de la profondeur hypocentrale. En vertu de cette propriété, si nous avons deux stations A et B qui ont observé les ondes P respectivement aux heures t_1 et t_2, on aura la différence de leurs distances épicentrales $\Delta_2 - \Delta_1$ en multipliant $t_2 - t_1$ par huit. L'épicentre se trouvera donc sur une hyperbole dont les foyers sont les deux stations, et si nous avons situé sur une carte la position de toutes les stations qui ont observé les ondes P l'épicentre devra être l'intersection de toutes les branches d'hyperbole qui résultent du groupement des stations deux à deux. Dans la pratique les hyperboles ne passeront pas toutes par un même point à cause des erreurs d'observation et il faudra chercher le point qui s'accorde le mieux avec le tracé des courbes, en rejetant celles qui montrent par leur tracé une erreur inadmissible dans l'heure d'observation. On ne peut pas se tromper sur la branche de chaque hyperbole qu'il faut choisir, parce que de deux stations on sait que la plus proche de l'épicentre est celle qui a observé la première la phase P. Comme dans la pratique on connaît à peu près la position de l'épicentre, il faut déterminer trois points de chaque branche d'hyperbole pour tracer le petit segment de l'arc où doit se trouver le point cherché (1). Cette méthode graphique de détermination de l'épicentre a été exposée par M. A. Mohorovicic (17) dans un très intéressant article.

Nous allons nous occuper de la détermination par le calcul des coordonnées de l'épicentre, en suivant un procédé tout semblable à celui que nous avons exposé au chapitre II, quand on connaissait les heures de $\overline{P}$ observées en des stations très proches du foyer.

Comme nous l'avons montré dans le chapitre II, les hodographes correspondant aux ondes P sont des lignes droites dont la prolongation coupe l'axe des t (ou des temps) en des points dont les ordonnées dépendent de la profondeur hypocentrale. Comme nous ne connaissons pas la valeur de cette dernière nous ne pouvons pas déterminer l'origine du temps à laquelle se rapporte le tracé de l'hodographe, mais en prenant un instant quelconque comme origine nous pourrons représenter les ordonnées

(1) Note de la Rédaction. — Cette méthode a été déjà fréquemment utilisée au bureau central de Strasbourg depuis 1919.

des stations, qui sont les heures observées des P, comptées à partir de l'instant pris pour origine. Si nous supposons prolongée l'hodographe rectiligne ainsi tracée et si nous désignons par τ_0 l'ordonnée du point d'intersection avec l'axe des t, chaque station S de coordonnées x, y et de distance épicentrale Δ nous fournira une équation de la forme :

$$\Delta^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = v^2(t - \tau_0)^2 \qquad (85)$$

où t est l'heure de $\overline{P}$ observée à cette station, x_0, y_0 les coordonnées de l'épicentre et v la vitesse apparente des ondes P, qui est de 8 kilomètres environ.

Si nous disposons donc des heures t_1, t_2, t_3, ... t_n observées à n stations $S_1(x_1, y_1, z_1)$ $S_2(x_2, y_2, z_2)$, $S_3(x_3, y_3, z_3)$ ..... $S_n(x_n, y_n, z_n)$ nous pourrons former le système :

$$\left.\begin{array}{l} (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)_2 = v^2(t_1 - \tau_0)^2 \\ (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)_2 = v^2(t_2 - \tau_0)^2 \\ (x_3 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)_2 = v^2(t_3 - \tau_0)^2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ (x_n - x_0)^2 + (y_n - y_0)_2 = v^2(t_n - \tau_0)^2 \end{array}\right\} \qquad (86)$$

dont la résolution nous donnera les coordonnées x_0, y_0 de l'épicentre.

En combinant deux à deux, par voie de soustraction successive, les équations (87) et en faisant :

$$\left.\begin{array}{lll} \tau = t_1 - \tau_0, & \tau_2 = t_2 - t_1, & \tau_3 = t_3 - t_1 \\ \tau_4 = t_4 - t_1, \dots \tau_n = t_n - t_1 & & \end{array}\right\} \qquad (87)$$

on obtient le système linéaire équivalent :

$$\left.\begin{array}{l} (x_1 - x_2)x_0 + (y_1 - y_2)y_0 - v^2\tau_2\tau = \dfrac{x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_3^2 + v^2\tau_2^2}{2} \\ (x_2 - x_3)x_0 + (y_2 - y_3)y_0 - v^2(\tau_3 - \tau_2)\tau = \dfrac{x_2^2 - x_3^2 + y_2^2 - y_3^2 + v^2(\tau_3^2 - \tau_2^2)}{2} \\ (x_{n-1} - x_n)x_0 + (y_{n-1} - y_n)y_0 - v^2(\tau_n - \tau_{n-1}) = \dfrac{x_{n-1}^2 - x_n^2 + y_{n-1}^2 - y_n^2 + v^2(\tau_n^2 - \tau_{n-1}^2)}{2} \end{array}\right\} \qquad (88)$$

dont la résolution par la méthode des moindes carrés nous fournira les valeurs les plus probables des coordonnées épicentrales x_0, y_0.

Pour présenter une application choisissons le séisme du 10 juillet 1923 dans les Pyrénées (région épicentrale : canal de Berdun, Espagne). Nous empruntons à la belle étude de M. E. Rothé [18] les heures de P des observatoires non espagnols, ainsi qu'à l'*Annuaire* de l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg de 1923, les coordonnées géographiques des stations françaises. Celles des autres stations sont empruntées au *Recueil* de Wood [16]. Les données relatives aux stations espagnoles sont prises dans les bulletins mensuels de ces observatoires et celles de Tortosa sont dues à l'amabilité de M. P. Trullas, chargé de cette station, qui a bien voulu nous donner l'heure définitive des P observée à sa station.

Pour le calcul des coordonnées rectangulaires nous avons choisi comme axes des x et y le parallèle de 42° latitude N et le méridien de Greenwich. Dans le tableau ci-contre on présente toutes les données nécessaires pour le calcul des coordonnées épicentrales. Nous avons exclu les données de la station de Marseille parce que l'heure des P qui y fut observée ne s'accorde pas bien avec celle des autres observatoires.

En faisant les calculs d'après les données de ce tableau on trouve le système d'équations correspondant à (88).

1re Tortosa-Barcelone	$136x_0 + 66y_0 + 576\tau = 5\,900$	(89)
2e Barcelone–Tolède......	$522x_0 + 173y_0 - 704\tau = -59\,327{,}5$	
3e Tolède-Puy-de-Dôme ..	$575x_0 + 657y_0 + 896\tau = 2\,779$	
4e Puy-de-Dôme-Grenade.	$551x_0 + 954y_0 - 1\,280\tau = -23\,531{,}5$	
5e Grenade-Coïmbre......	$-397x_0 + 336y_0 + 448\tau = 56\,772{,}5$	
6e Coïmbre-Alger	$-987x_0 + 378y_0 - 192\tau = 85\,930{,}5$	
7e Alger-Parc St-Maur ...	$87x_0 - 1\,334y_0 = 100\,354{,}5$	
8e Parc St-Maur-Besançon.	$-270x_0 + 174y_0 - 256\tau = 47\,616$	
9e Besançon-San Fernando.	$1\,009x_0 + 1\,198y_0 - 448\tau = -39\,099{,}5$	
10e San Fernando–Coire....	$1\,283x_0 + 1\,154y_0 + 768\tau = 3\,636{,}5$	
11e Coire-Zürich	$79x_0 - 58y_0 = 21\,368{,}5$	
12e Zürich-Strasbourg	$75x_0 - 135y_0 - 384\tau = -9\,360$	
13e Strasbourg-Uccle.......	$266x_0 - 246y_0 - 64\tau = -87\,306$	
14e Uccle-Oxford	$393x_0 - 107y_0 - 448\tau = -23\,264$	
15e Oxford-Rocca di Papa .	$-1\,143x_0 + 1\,112y_0 - 832\tau = 122\,761{,}5$	
16e Rocca di Papa-de Bilt..	$702x - 1\,150y_0 = -134\,588$	

En divisant ces équations par 10 et en y faisant :

$$x_0 = -80 + \alpha \qquad y_0 = -70 + \beta \qquad \tau = 30 + \gamma \qquad (90)$$

le système devient :

$$\left.\begin{array}{rrrrl}
 & 13{,}6\alpha + & 6{,}6\beta + & 57{,}6\gamma = & -\ 512 \\
 & 52{,}2\alpha + & 17{,}3\beta - & 70{,}4\gamma = & -\ 856 \\
 & 57{,}5\alpha + & 65{,}7\beta + & 89{,}6\gamma = & -\ 2\,409 \\
 & 55{,}1\alpha + & 95{,}4\beta - & 128\ \gamma = & -\ 783 \\
 - & 39{,}7\alpha + & 33{,}6\beta + & 44{,}8\gamma = & -\ 1\,195 \\
 - & 98{,}7\alpha + & 37{,}8\beta - & 19{,}2\gamma = & -\ 1\,373 \\
 & 8{,}7\alpha - & 133{,}4\beta & = & -\ 1 \\
 - & 27\ \alpha + & 17{,}4\beta - & 25{,}6\gamma = & 2\,152 \\
 & 100{,}9\alpha + & 119{,}8\beta - & 44{,}8\gamma = & -\ 2\,880 \\
 & 128{,}3\alpha + & 115{,}4\beta + & 76{,}8\gamma = & 246 \\
 & 7{,}9\alpha - & 5{,}8\beta & = & 3\,175 \\
 & 7{,}5\alpha - & 13{,}5\beta - & 38{,}4\gamma = & 1\,761 \\
 & 26{,}6\alpha - & 24{,}6\beta - & 6{,}4\gamma = & -\ 4\,689 \\
 & 39{,}3\alpha - & 10{,}7\beta - & 44{,}8\gamma = & 2\,911 \\
 - & 114{,}3\alpha + & 111{,}2\beta - & 83{,}2\gamma = & -\ 2\,156 \\
 & 70{,}2\alpha - & 115\ \beta & = & 207
\end{array}\right\} \qquad (91)$$

En lui appliquant la méthode des moindres carrés on arrive aux équations normales :

$$\left.\begin{array}{rrrl}
68\,379{,}47\alpha + & 8\,220{,}88\beta + & 8\,639{,}32\gamma = & -\ 79\,239{,}4 \\
8\,220{,}88\alpha + & 88\,611{,}8\ \beta - & 11\,439{,}1\ \gamma = & -\ 833\,391{,}8 \\
8\,639{,}32\alpha - & 11\,439{,}1\ \beta + & 54\,067{,}2\ \gamma = & -\ 4\,389{,}6
\end{array}\right\} \qquad (92)$$

dont la résolution donne :

$$\alpha = 0{,}285, \qquad \beta = -9{,}713, \qquad \gamma = -2{,}182 \qquad (93)$$

et les valeurs les plus probables des inconnues (en dixièmes) :

$$x_0 = -79{,}7 \text{ km.} \qquad y_0 = 60{,}3 \text{ km,} \qquad \tau = 27^s{,}8 \qquad (94)$$

D'après ces valeurs les coordonnées géographiques de l'épicentre sont :

Latitude $\varphi = 42^\circ 30' 55''$ **N** **longitude** $\lambda = 0^\circ 58'$ **W. Gr.**

Tableau V

Séisme du canal de Berdun (Pyrénées) du 10 juillet 1923

Coordonnées géographiques et rectangulaires des stations séismologiques et heures observées de P.

Axes des coordonnées : parallèle de 42° N et méridien de Greenwich.

Nom de la station	Distance épicentrale (1) Δ km.	Latitude φ N	Longitude λ Greenwich	Coordonnées rectangulaires X km.	Y km.	Z Altitude m.	Heure observée de P
Tortosa	225	40°49'14"	0°29'38" E	+ 42	− 131	39	$5^h31^m47^s$
Barcelone	277	41°25'6"	2° 8' E	+ 178	− 65	405	56^s
Tolède	403	39°51'38"5	4°01'4"01 W	− 344	− 238	519,3	32^m07^s
Puy-de Dôme	466	45°46'28"	2°58'01" E	+ 231	+ 419	400	21^s
Grenade	652	37°10'47"	3°36'13" W	− 320	− 535	768	41^s
Coimbre	660	40°12'25"	8°25'30" W	− 717	− 199	140	48^s
Alger	723	36°48'4"	3°02' E	+ 270	− 577	332	51^s
Parc St Maur	739	48°48'34"	2°29'37" E	+ 183	+ 757	47	51^s
Besançon	746	47°14'59"	5°59'15" E	+ 453	+ 583	311	55^s
San Fernando	821	36°27'42"	6°12'19"5 W	− 556	− 615	28,5	33^m02^s
Coire	896	46°50'55"	9°32'20" E	+ 727	+ 539	630	14^s
Zürich	911	47°22'7"2	8°34'49"5 E	+ 648	+ 597	604,2	14^s
Strasbourg	944	48°35'5"	7°45'57" E	+ 573	+ 732	135	20^s
Uccle	995	50°47'55"5	4°21'31" E	+ 307	+ 978	100	21^s
Oxford	1 020	51°45'34"2	1°15'06" E	+ 86	+ 1 085	64	28^s
Rocca di Papa	1 119	41°45',5	12°43' E	+ 1 057	− 27	760	41^s
De Bilt	1 150	52°6'	5°11' E	− 355	+ 1 123	3	41^s

(1) Calculée d'après l'épicentre φ = 42°35' λ = 0°50' W. Gr.

Le calcul des erreurs moyennes de x_0, y_0, donne :

$$\text{Pour } x_0 : \pm 8{,}5 \quad \text{et pour } y_0 : \pm 7{,}5 \text{ km.} \tag{95}$$

En s'appuyant sur une reconnaissance approfondie de la région épicentrale, M. Rey Pastor [19] a fait une étude de ce séisme. D'après le tracé des isoséistes les coordonnées géographiques de son épicentre sont : $\varphi = 42^{\circ}34'17''$ et $\lambda = 50'$ W. Gr. Comme on le voit, la distance des deux épicentres est de 10 kilomètres environ, résultat bien d'accord avec les valeurs (95) des erreurs moyennes des coordonnées x_0 et y_0.

La coïncidence de ces deux épicentres correspond au degré de précision des heures des P exprimées en secondes rondes, étant donné la vitesse apparente de ces ondes, 8 kilomètres environ.

Comme le séisme que nous venons d'étudier est un tremblement courant et que l'on n'a pas fait de choix entre les heures observées, le résultat obtenu est de caractère général et on peut conclure que pour les distances épicentrales supérieures à 300 kilomètres, les heures de P observées à plusieurs stations à la seconde ronde permettent la détermination de l'épicentre à 8 ou 10 kilomètres près. Si comme on le fait dans les stations suisses de Zurich et Coire, les séismographes fournissaient les heures des P en dixièmes de seconde, le procédé que nous venons d'exposer aurait une plus grande précision et la détermination de l'épicentre s'obtiendrait à 2 ou 3 kilomètres près.

Il y a un grand intérêt à augmenter la précision des heures d'observation, conclusion à laquelle sont arrivés tous les séismologues qui ont étudié les tremblements proches, MM. A. et S. Mohorovicic, Gutenberg, de Quervain et Rothé, pour ne citer que quelques noms.

Durée de propagation pour la phase $\overline{P}$ *d'après Mohorovičić et Inglada* (rayon rectiligne et vitesse 5,7 km./sec.)

(Distances épicentrales Δ comprises entre 0 et 300 kilomètres)

Δ km	Prof. hypoc h = 0			Prof. hypoc. h = 15 kilomètres			Prof. hypoc h = 45 kilomètres			Prof. hypoc. h = 57 kilomètres		
	Durées			Durées			Durées			Durées		
	Mohorovicic	Inglada	Différence	Mohorovicic	Inglada	Différence	Mohorovicic	Inglada	Différence	Mohorovicic	Inglada	Différence
	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s
20	3,6	3,5	0,1	1,2	1,2	0	0,7	0,7	0	0,6	0,6	0
40	7,2	7,0	0,2	3,9	3,9	0	2,7	2,7	0	2,3	2,2	0,1
60	10,9	10,5	0,4	7,1	7,0	0,1	5,3	5,3	0	4,6	4,5	0,1
80	14,5	14,1	0,4	10,5	10,3	0,2	8,3	8,2	0,1	7,3	7,2	0,1
100	18,1	17,5	0,6	13,9	13,7	0,2	11,4	11,3	0,1	10,2	10,2	0,0
120	21,7	21,1	0,6	17,4	17,1	0,3	14,7	14,6	0,1	13,4	13,3	0,1
140	25,3	24,6	0,7	20,9	20,5	0,4	18,0	17,9	0,1	16,6	16,5	0,1
160	28,9	28,1	0,8	24,4	24,0	0,4	21,4	21,3	0,1	19,9	19,8	0,1
180	32,5	31,6	0,9	27,9	27,5	0,4	24,8	24,6	0,2	23,2	23,1	0,1
200	36,1	35,1	1,0	31,4	31,0	0,4	28,3	28,1	0,2	26,6	26,5	0,1
220	39,7	38,6	1.1	34,9	34,4	0,5	31,7	31,5	0,2	30,0	29,9	0,1
240	43.3	42,1	1,2	38,5	37,9	0,6	35,2	35,0	0,2	33,4	33,3	0,1
260	46,9	45,6	1,3	42,0	41,4	0,6	38,7	38,4	0,3	36,8	36,7	0,1
280	50,5	49,1	1,4	45,6	44,9	0,7	42,1	41,8	0,4	40,2	40,1	0,1
300	54,0	52,6	1,4	49,1	48,4	0,5	45,6	45,3	0,3	43,6	43,5	0,1

Heure de l'explosion d'Oppau (21 Septembre 1921)
calculée en supposant le rayon séismique circulaire d'après la variation de la vitesse

$$v = 0{,}002193116 - 0{,}001321846\, x^2$$

Nom de la station	Valeur de l'heure t_0 de l'explosion 7^h32^m +	Différence entre la moyenne et chaque valeur de t_0
	s	s
Heidelberg	12,404	+ 0,765
Jugenheim	13,414	— 0,245
Feldberg	13,946	— 0,777
Strasbourg	14,006	— 0,837
Hohenheim	12,923	+ 0,246
Nördlingen	12,464	+ 0,705
Ravensburg	13,603	— 0,434
Zürich	12,981	+ 0,188
Göttingen	12,845	+ 0,324
Munich	12,773	+ 0,396
De Bilt	13,501	— 0,332
Moyenne	13,169	

Erreur moyenne de la moyenne des valeurs de t_0 : $\pm\, 0^s{,}168$.

Erreur moyenne de chaque valeur de t_0 : $\pm\, 0^s{,}531$

NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

1. B. Gutenberg. — *Neue Auswertung der Aufzeichnungen der Erdbebenwellen infolge der Explosion von Oppau*, Physikalische Zeitschrift, janvier 1925, p. 259-60.
2. Ueber Erdbebenwellen. — *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.* Math.-phys. Klasse, I, 1907, pp. 415-529 ; II, 1909, pp. 529-549 ; III, 1909, pp. 400-428 ; V, 1912, pp. 121-206 ; VI, 1912, pp. 623-675 ; VII, A, 1914, pp. 1-52.
3. E. Rosenthal. — *Ueber die Tiefenbestimmung von Erdbebenherden.* Beiträge zur Geophysik., XIII, 1914, pp. 28-64 et 106-147.
4. Barlow's. — *Tables of squares, cubes, square roots, cube roots, reciprocals of all integer numbers up to* 10.000, London, 1914.
5. A. de Quervain. — *Jahresbericht des Schweizerischen Erdbebendienstes*, 1923, Zurich, 1924.
6. G. Agamennone. — *Il terremoto Laziale del* 10 *Aprile* 1911. Rend. Accad. dei Lincei (5), XX, 2° sem., fasc. 1°, 1911, pp. 12-18.

G. Agamennone. — *Sulla velocità di propagazione del terremoto Laziale del* 19 *Aprile* 1911, l. c. (5), XXI, sem. 1°, fasc. 3°, pp. 201-207, 1912.

7. V. Inglada. — *Cálculo de las coordenadas del foco sísmico y del instante inicial de la sacudida por medio de las horas del principio de los sismogramas registrados en varias Estaciones próximas.* Revista de la Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales de Madrid. Tomo XXII, cuaderno 4°, pp. 523-592, juin 1926.
8. B. Gutenberg. — *Die mitteleuropäischen Beben vom* 16 *November* 1911 *und* 20 *Juli* 1913. I. — Herausgegeben von O. Hecker, *Veröffent. des Zentralbüros d. int. Assoz.*, Strassburg, 1915, 84 pages.
9. E. Rothé. — *Sur la propagation des ondes séismiques au voisinage de l'épicentre. Préliminaires continues et trajets à réfraction. Ondes P et P̄*, exposé *d'après les travaux de A. Mohorovicic.* Publications du Bureau Central sismologique international. Série A. Travaux scientifiques, 1924.

10. TABLES DE A. MOHOROVICIC. — *Publications du Bureau cent; séism. int.* Série A. Travaux scientifiques, Fasc. 3, 1925.
11. B. GUTENBERG. — *Bearbeitung von Aufzeichnungen einiger Weltbeben.* Darmstadt, 32 pages et deux figures. Tirage à part des « Abhandlungen der Senckbergischen Gesellchaft ». Vol. XL, cah. 1, Frankfurt a. M. 1925.
12. A. IMAMURA, Member of the Imperial Earthquake Investigation Committee. — *Preliminary Note on the great Earthquake on Sept. 1st,* 1923, 22 pages et 4 planches. National Research Council of Japan Tokyo, 1924.
13. K. SUDA. — *On the great japanese Earthquake of September 1st,* 1923. The Memoirs of the Imperial Marine Observatory. Kobe. Japan. Vol. I, Num. 4, Kobe, August, 1924, pp. 137-239.
14. V. INGLADA. — *Contribución al estudio del mégasismo japonés de 1° de septiembre de* 1923. *Cálculo de las coordenadas focales y del instante inicial del terremoto principal por medio de las horas de* $\overline{P}$ *registradas en las Estaciones proximas,* Tomo XXIII, cuad. 1°, 1926, pp. 47-135.
15. W. JORDAN. — *Handbuch der Vermessungskunde. Sechste erweiterte Auflage, bearbeitet von Dr. O. Eggert.* III Band, Stuttgart, 1916.
16. HARRY O. WOOD. — *A list of seismological Stations of the World.* Bulletin of the National Research Council. Vol. II, Part. VII, July, 1921, Washington.
17. A. MOHOROVICIC. — *Die Bestimmung des Epizentrums eines Nahbebens.* Beiträge zur Geophysik, XIV Band, pp. 199-205, 1916.
18. E. ROTHÉ. — *Etude microsismique des tremblements de terre du* 10 *juillet et du* 19 *novembre* 1923 *dans les Pyrénées.* Annuaire de l'Institut de Physique du Globe, Strasbourg, 1924, pp. 97 et 98.
19. A. REY PASTOR. — *Fenómenos sísmicos en la « Canal de Berdún »,* 1923. Boletín de la Real Sociedad española de Historia Natural. Tome XXIV, 1924, pp. 79-95.

Reçu en octobre 1926.

Contribution à l'étude des longues ondes
Tremblement de terre du Kan-sou
(16 décembre 1920)

Par M^lle Y. DAMMANN
Assistante à la Faculté des Sciences de Strasbourg

Dans des mémoires précédents (1) sur le tremblement de terre du Kan-sou, après avoir examiné les circonstances relatives à la propagation de la secousse dans la zone macroséismique, j'ai fait l'étude des ondes préliminaires. En considérant ici la phase principale, je me suis attachée surtout, comme pour ces dernières, à la détermination des vitesses de propagation des ondes. Etant donné la complexité des inscriptions dans les longues ondes, j'ai porté mon attention sur le début de cette phase.

Je crois utile de résumer les théories encore trop peu connues relatives à ces ondes avant d'aborder l'exposé de mes propres recherches.

THÉORIES

Différentes théories ont été proposées pour expliquer les ondes superficielles. Le problème de leur propagation

(1) « Le tremblement de terre du Kan-sou du 16 décembre 1920 », Publications du Bureau Central Séismologique International. Série B, fascicules 1 et 2.

part d'hypothèses simples qui s'écartent toujours plus ou moins des phénomènes réels, d'une complexité extrême ; il faut nécessairement s'attendre à ce que les conclusions obtenues ne s'accordent que d'une manière imparfaite avec les résultats d'observations.

Les théories comme celles de Lord Rayleigh et de Love permettent cependant d'expliquer certains caractères essentiels de ces ondes.

Théorie de Lord Rayleigh [1]. — Le problème résolu par Lord Rayleigh est celui de la propagation d'ondes à la surface d'un solide élastique homogène et isotrope.

A la surface même, les particules décrivent des orbites elliptiques dont les diamètres verticaux seraient, dans le cas d'un milieu incompressible, à peu près doubles des diamètres horizontaux. La vitesse de propagation serait, dans les mêmes hypothèses, $0{,}9554 \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ (μ : coefficient de Lamé ; ρ : masse spécifique du solide), $\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ étant la vitesse des ondes de pure rotation [2].

Dans le cas des corps naturels, le coefficient de Poisson σ est inférieur à sa valeur limite $\frac{1}{2}$ qui correspond à l'incompressibilité : les mesures expérimentales faites sur les roches ont conduit à des valeurs voisines de $\frac{1}{4}$. Pour cette dernière valeur de σ, la vitesse de propagation des ondes de surface est $0{,}9194 \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ et le rapport entre le diamètre vertical et le diamètre horizontal d'une trajectoire elliptique est $\frac{0{,}620}{0{,}423}$.

(1) Lord Rayleigh, *Scientific Papers*, tome II, p. 441, 1881-1887.

(2) Je désignerai par « ondes de pure rotation » les ondes transversales caractérisées par un déplacement sans changement de volume et par une vitesse égale à $\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ (ondes S).

Théorie de Love (1). — Certains auteurs ont signalé la prépondérance, au commencement des longues ondes, de mouvements normaux à la direction de propagation. Pour expliquer ce fait, incompatible avec l'hypothèse d'un globe homogène, Love a généralisé la théorie en y introduisant l'hypothèse de l'hétérogénéité du milieu : le cas le plus simple est celui d'un noyau recouvert par une couche superficielle ou écorce dont la densité et l'élasticité sont différentes de celles du noyau et dans laquelle se propagent les ondes de surface.

L'auteur aborde le problème en considérant deux couches homogènes séparées par un plan horizontal et étudie la propagation d'ondes transversales constituées par des déplacements horizontaux normaux à la direction de propagation. Une telle propagation est possible si la vitesse des ondes de pure rotation dans l'écorce est inférieure à celle des mêmes ondes dans le noyau ; cette condition étant satisfaite, il y a propagation dans l'écorce sans pénétration sensible dans le noyau pourvu que *la longueur d'onde soit inférieure à l'épaisseur de l'écorce.* La vitesse d'une onde harmonique simple croît depuis la vitesse dans l'écorce des ondes de pure rotation jusqu'à leur vitesse dans le noyau quand la longueur d'onde varie de 0 à l'infini.

Love étudie ensuite l'influence de l'écorce sur la propagation des ondes comprenant un déplacement vertical et un déplacement horizontal dans le plan de propagation ; il suppose le milieu incompressible et ne tient pas compte de la gravité dont l'effet avait été reconnu pratiquement négligeable dans le cas d'un corps homogène (2).

Les ondes qui se propagent sans pénétrer dans le noyau sont encore du type de Rayleigh. Le rapport entre le déplacement vertical et le déplacement horizontal est sensiblement égal à 2, comme Lord Rayleigh l'avait

(1) *Some Problems of Geodynamics*, Cambridge, 1911, ch. XI

(2) *Loc. cit.*, pp. 154-160.

trouvé dans le cas d'un corps homogène. La vitesse des ondes augmente avec leur longueur d'onde depuis la vitesse des ondes de Rayleigh jusqu'à celle des ondes de pure rotation dans l'écorce.

En résumé, si la Terre est recouverte d'une couche superficielle de faible épaisseur par rapport au rayon terrestre et si la vitesse des ondes de pure rotation est plus petite dans l'écorce que dans le noyau, deux sortes d'ondes peuvent être transmises à la surface sans pénétration sensible au-dessous de l'écorce : des ondes caractérisées par un déplacement horizontal normal à la direction de propagation et des ondes du type de Rayleigh.

Pour ces deux espèces de mouvements, la vitesse d'une onde harmonique est fonction de sa longueur et augmente avec elle ; il y a donc une dispersion telle qu'en un point de la surface de la Terre les ondes de grandes périodes arrivent les premières ; sur les séismogrammes d'une station donnée, les intervalles entre les maximums successifs diminuent quand le temps augmente.

Les résultats obtenus seraient sans doute analogues si les constantes caractéristiques du milieu (densité, rigidité) étaient exprimées par des fonctions continues de la profondeur. Ainsi, l'hétérogénéité est certaine, qu'elle consiste soit en une discontinuité à la limite d'un noyau et d'une couche superficielle, soit en une variation progressive des propriétés mécaniques.

RÉSULTATS D'OBSERVATIONS

Ce sont les résultats publiés par Omori [1] à propos du séisme de l'Inde de 1905 qui avaient conduit Love à proposer une nouvelle théorie des longues ondes.

Omori remarquait en effet que les amplitudes dans les

[1] *Publications of the Earthquake Investigation Committee*, n° 23 et n° 24, Tokyo 1907.

premières phases des longues ondes étaient plus grandes sur la composante N. aux stations pour lesquelles la direction de propagation était voisine de la direction E.-W., ce qui implique la prépondérance de mouvements transversaux dans cette partie de la phase principale.

D'autres auteurs ont mentionné l'existence de vibrations transversales au commencement des longues ondes.

Marvin (1) signale, lors du séisme de la Jamaïque de janvier 1907, qu'à Washington l'amplitude maximum du mouvement dans la phase principale sur la composante E. est cinq fois plus grande que l'amplitude maximum sur la composante N., le foyer étant sensiblement au sud.

Zoeppritz (2) constate l'apparition d'un groupe d'ondes transversales dans la phase principale (plus marqué sur la composante E. normale à la direction foyer-station) ; ce groupe n'a pas de correspondant sur la composante verticale.

Grablovitz (3) trouve également, au début de la phase principale de plusieurs tremblements de terre, des oscillations de grandes périodes normales à la direction de propagation. Il suppose que ce sont des ondes de rotation tandis que les ondes dans le plan de propagation seraient des ondes de condensation (4).

Galitzine (5) ne donne pas la même interprétation du

(1) *Monthly Weather Review and Annual Summary*, vol. XXXV, 1907, p. 5, Washington 1908.

(2) *Ueber Erdbebenwellen*, v., p. 142, Göttingen 1912.

(3) GIULIO GRABLOVITZ, *Sulle varie fasi dei sismogrammi*. Bollettino della Società Sismologica Italiana, p. 218, Modena 1913.

(4) Ondes de condensation ou ondes longitudinales dans lesquelles la déformation consiste en un changement de volume et dont la vitesse est égale à $\sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$.

(5) Pr. B GALITZINE, *Etude comparative du mouvement du sol dans la phase principale d'un tremblement de terre*. Comptes-rendus des séances de la Commission sismique permanente, tome VII, livraison 1, p. 1, Pétrograd 1915.

phénomène. Etudiant quatre séismes de 1912, il admet, pour les ondes successives inscrites, une rotation du plan de polarisation, c'est-à-dire une variation avec le temps de l'angle entre la vibration horizontale et le plan vertical de propagation. D'ailleurs cet auteur n'étudie pas le début des longues ondes mais des trains qui lui paraissent caractéristiques. Il trouve que, pour des séismes peu éloignés, l'angle de polarisation des premiers groupes d'ondes est voisin de 90° puis décroît dans les trains suivants; pour des séismes éloignés, le plan de polarisation tend à osciller de part et d'autre de la direction de propagation.

Angenheister [1], dans son étude des séismes du Pacifique, distingue au début de la phase principale des vibrations transversales sans composante verticale et des ondes de Rayleigh constituées par des vibrations dans le plan vertical de propagation.

NOUVEAUX RÉSULTATS

A l'occasion des séismes du Kan-sou, deux phases distinctes ont pu être mises en évidence dans les inscriptions de différentes stations, ce qui a permis de déterminer leurs vitesses respectives de propagation. Je désignerai la première phase par Λ tandis que la lettre L, généralement utilisée pour l'ensemble des longues ondes, sera réservée à la deuxième. Dans la phase Λ, les vibrations du sol sont perpendiculaires à la direction de propagation et n'ont pas de composante verticale ; dans la phase L, les mouvements du sol ont lieu dans le plan vertical passant par le foyer et la station.

(1) G. Angenheister, *Beobachtungen an Pazifischen Beben.* Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse, Heft 2, Berlin 1921, pp. 113 à 146.

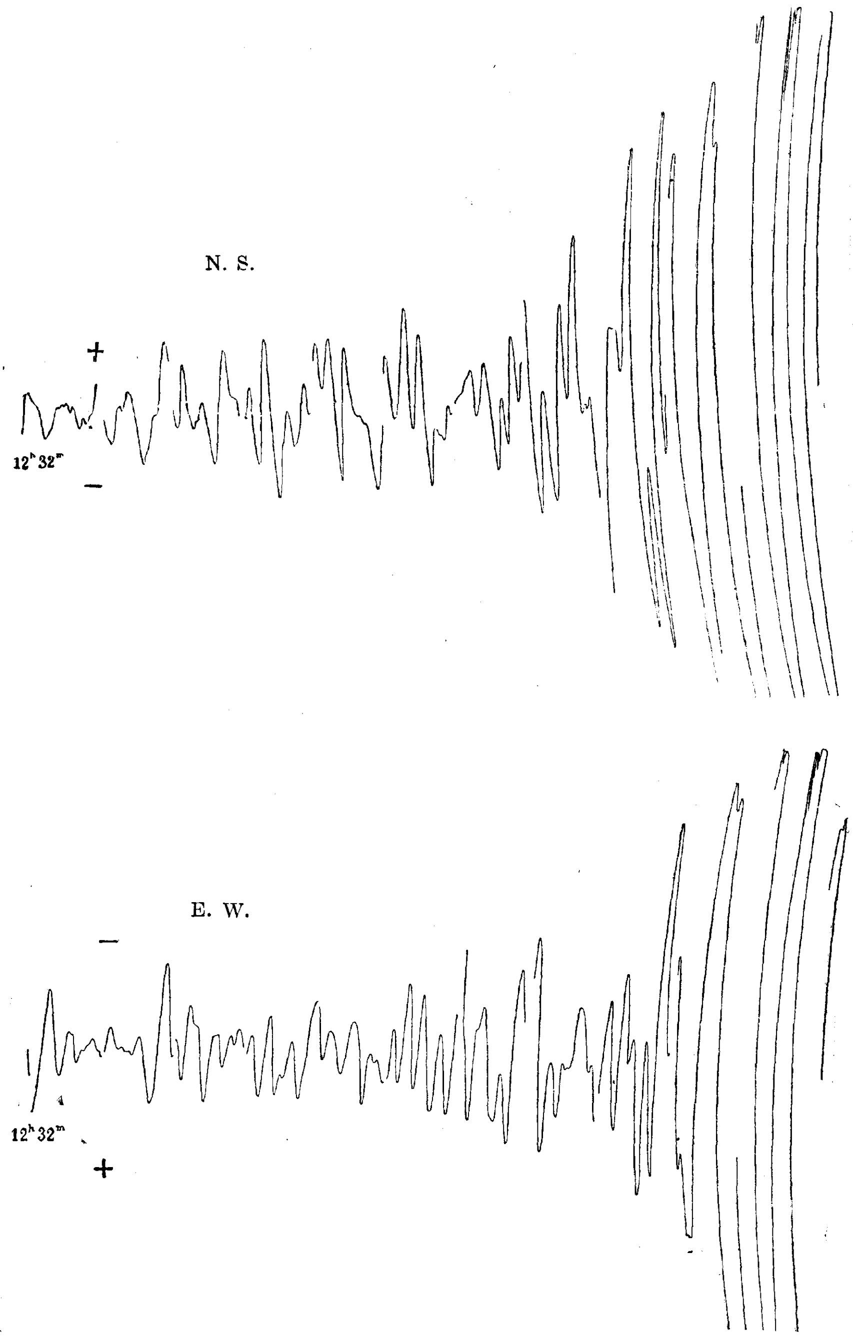


Fig. 1. — Tremblement de terre du 16 décembre 1920.
Longues ondes inscrites à Uccle par le séismographe Wiechert.

Séismes du Kan-sou. — 1. *Tremblement de terre du 16 décembre* 1920. Les documents relatifs au début de la phase principale sont incomplets par suite de l'intensité même du séisme, les inscriptions des appareils sensibles étant, pour la plupart, inutilisables : ainsi les séismogrammes fournis par les pendules Galitzine des observatoires d'Uccle et de De Bilt présentent des amplitudes telles qu'il est impossible de suivre le tracé au-delà de la phase S. Dans d'autres stations, les séismographes se sont déréglés et les inscriptions interrompues au moment de la phase maximum, par exemple à Zi-ka-wei, Tokio, De Bilt (Bosch), Uccle (Wiechert, fig. 1), Strasbourg (Wiechert).

On a donc eu recours, le plus souvent, à des appareils de sensibilité moindre malgré les inconvénients qu'ils présentent : les constantes sont souvent mal connues, l'égalité entre les périodes des deux composantes et entre les coefficients d'amortissement de celles-ci est mal réalisée. De plus, l'emploi d'une plume mobile autour d'un axe produit dans l'inscription une courbure d'où résultent des erreurs importantes sur les mesures d'amplitudes et de temps. Enfin, il semble que l'indépendance des deux composantes horizontales ne soit pas toujours rigoureusement obtenue dans les séismographes Wiechert.

Pour déterminer les directions de vibration dans le début de la phase principale, j'ai calculé, à partir des séismogrammes N. et E., les composantes horizontales du mouvement dans le plan de propagation (*composante radiale*) et suivant la normale à ce plan (*composante tangentielle*) [1]. Quoique les calculs aient été faits dans des circonstances plutôt défavorables, ils ont cependant permis, dans un grand nombre de cas, de séparer les deux phases Λ et L et de préciser le début de cette dernière.

L'ensemble des déterminations faites a conduit aux résultats consignés dans le tableau I.

[1] La méthode utilisée est exposée plus loin (p. 74) à propos du séisme du 1er septembre 1923 qui a fourni des documents mieux appropriés à cette étude.

Dans la première colonne figurent les noms des stations ; dans la deuxième, leurs distances à l'épicentre ; dans la troisième et la quatrième, les heures d'arrivée des phases Λ et L déterminées soit sur les séismogrammes, soit, chaque fois que cela a été possible, sur les composantes radiales et tangentielles qui ont été calculées ; enfin, la cinquième colonne contient les heures d'arrivée de la phase L d'après les séismogrammes verticaux.

Tableau I

Stations	Δ	t_Λ	t_L Composante horizontale	t_L Composante verticale
	km.	h m s	h m s	h m s
Zi-ka-wei	1 567	12 12 40 ?		
Tokio	3 071	12 17 57	12 20	12 20 18
Mukaiyama	3 125	12 18 30	12 19 54	12 19 57
Mizuzawa	3 137	12 18 21		
Upsal	6 499	12 30 52	12 33 35	
Belgrade	6 933	12 32 4 (8)		
De Bilt	7 560	12 34 15	12 37 48	
Strasbourg	7 601	12 34 51	12 37 32	12 38 05
Zurich	7 618	12 35 02	12 38 02	
Rocca di Papa	7 647	12 35 05		
Dyce	7 653	12 35 47	12 38 08	
Uccle	7 677	12 35 11	12 38 15	12 38 18
Besançon	7 792	12 36 07		
Parc Saint-Maur	7 916	12 36 ?	12 39 ?	
Marseille	8 068	12 36 43		
Clermont-Ferrand	8 075	12 36 29		
Barcelone	8 409	12 37 57	12 41 19	
Alger	8 646	12 38 51	12 43 02	
Coimbra	9 184	12 41 18		
Apia	10 269	12 44 54	12 48 54	
Berkeley	10 444	12 46 16	12 50 52	12 50 51
Tacubaya	13 330	12 54,5 (?)	13 00 ?	
Panama	14 989	13 02 00	13 08,5	
La Paz	17 758	13 11 36	13 19 06	

Pour les quelques stations qui possèdent des séismographes verticaux, le début des longues ondes inscrites par ces appareils concorde d'une manière satisfaisante avec celui de la phase L d'après les séismogrammes horizontaux.

Les valeurs du tableau ci-dessus permettent de construire un graphique représentant les temps d'arrivée en fonction des distances à l'épicentre : les points obtenus se rangent assez bien le long de deux droites qui se couperaient sur l'axe des temps au point correspondant à $12^h07^m05^s$ (il n'y a pas d'observation certaine aux distances inférieures à 3000 kilomètres).

Les pentes de ces deux droites fournissent les valeurs des vitesses :

$$U_\Lambda = 4{,}57 \text{ km/s},$$

$$U_L = 4{,}11 \text{ km/s}.$$

2. *Tremblement de terre du 25 décembre* 1920. Un très petit nombre de séismogrammes conviennent à l'étude de la phase principale : les ondes de grandes périodes, peu agrandies par les appareils à enregistrement mécanique, sont généralement mal inscrites.

Les stations suivantes ont été seules utilisées.

TABLEAU II

Stations	Δ	α	t_Λ	t_L
	km.	°	h m s	h m s
Dairen	1 560	279	11 39 55	11 41 (10)
Zi-ka-wei	1 665	295	11 40 38	
De Bilt	7 460	59	12 03 16	
Uccle	7 585	57	12 03 47	12 06 30

L'azimut α à la station de Dairen (angle du méridien avec le grand cercle foyer-station) est de 278°45′, voisin de l'azimut 270° qui correspondrait à une propagation dirigée d'ouest à est.

La première phase (Λ) apparaît sur la composante N. à $11^h38^m25^s$, tandis que la phase L apparaît sur la composante E. à $11^h39^m(40^s)$ (fig. 2). Cette dernière heure est un peu incertaine, le début de la phase L étant masqué par les ondes S qui ont une grande amplitude sur la composante E.

Les heures fournies par les séismogrammes présentent certainement une erreur car le temps d'arrivée des P est

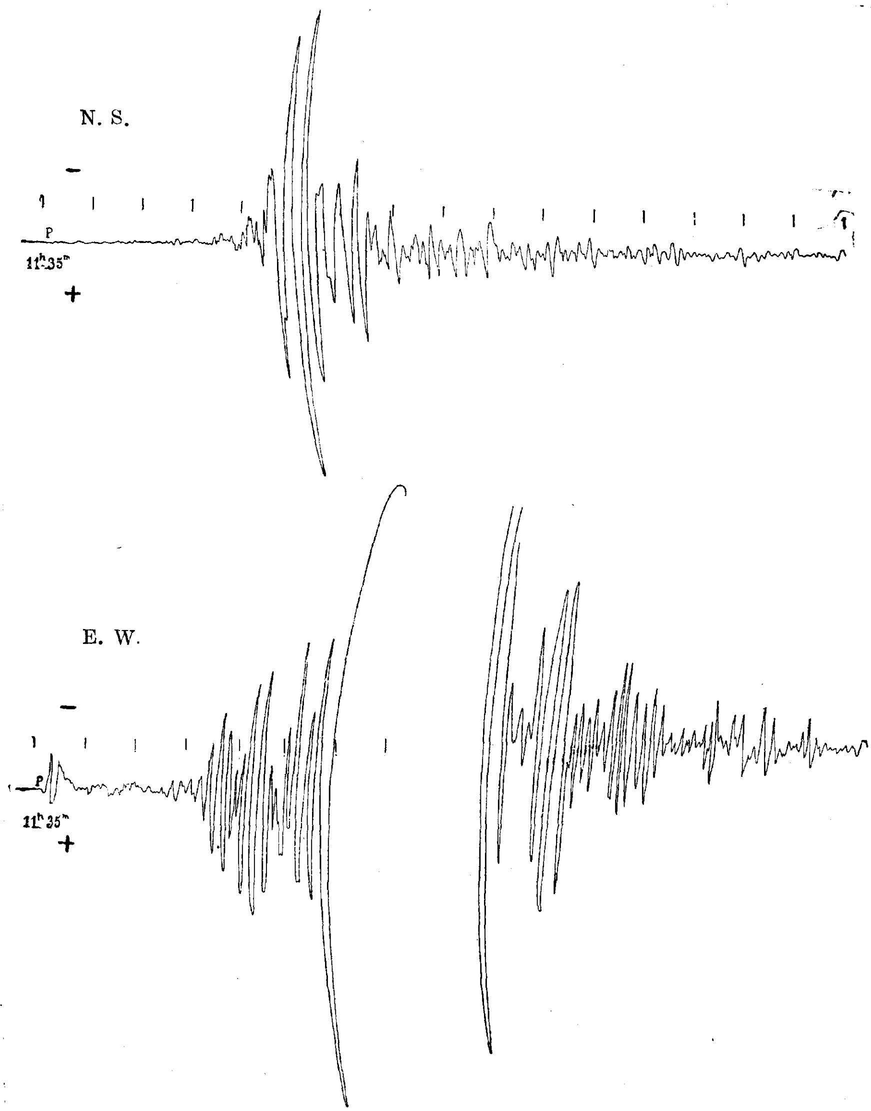


Fig. 2. — **Tremblement de terre du 25 décembre 1920 inscrit à Dairen.**

représenté sur l'hodographe par un point qui s'écarte de la courbe moyenne tracée à l'aide des données des autres stations [1]. En tenant compte de cet écart, on est conduit à admettre les heures d'arrivée suivantes pour les phases P et S

P $11^h36^m38^s$
S $11^h39^m13^s$

et à corriger les heures ci-dessus qui deviennent :

Λ $11^h39^m55^s$
L $11^h41^m(10)^s$.

Les renseignements complémentaires sur ces ondes sont les suivants :

Sur la composante N., la pseudo-période T_p (intervalle entre les passages successifs dans le même sens par la position d'équilibre) qui est de 35 secondes environ au début de la phase Λ décroît rapidement jusqu'à 19 secondes au maximum de cette phase (à $11^h41^m38^s$, heure corrigée).

Le maximum de la phase L se trouve sur la composante E. entre 11^h41^m et 11^h44^m dans la lacune de l'inscription. La période est de 19 secondes à 11^h41^m.

Les inscriptions de Zi-ka-wei permettent seulement d'indiquer le début de la phase Λ plus visible sur la composante N. ($11^h40^m38^s$) que sur la composante E. ($11^h40^m55^s$).

A l'aide des séismogrammes obtenus à Uccle et à De Bilt par les pendules horizontaux de Galitzine, on a calculé, comme plus haut, les composantes horizontales (radiale et tangentielle) du mouvement.

Les courbes obtenues montrent que les ondes de grandes périodes apparaissent en premier lieu sur la composante tangentielle (phase Λ) comme dans les exemples précédents. Leur amplitude est d'abord extrêmement faible, de sorte qu'il est difficile d'en fixer le début : à Uccle, on les voit nettement à partir de

(1) Voir « Le tremblement de terre du Kan-sou du 16 décembre 1920 », chap. IV.

$12^h05^m43^s$ mais, par un examen plus attentif, on les distingue dès $12^h03^m47^s$, heure adoptée.

Sur la courbe de De Bilt, les premières boucles de cette phase ne sont pas du tout visibles. On peut néanmoins en trouver le début grâce à la remarque suivante : les graphiques d'Uccle et de De Bilt sont superposables sans ambiguïté par une translation convenable sur l'axe des temps ; on fixe ainsi à $12^h03^m16^s$ le début de la phase Λ.

La phase L commence à Uccle, sur la composante radiale, à $12^h06^m30^s$. Cette phase est en partie masquée, notamment entre 12^h08^m et 12^h10^m, par des vibrations plus courtes qui sont vraisemblablement des ondes longitudinales réfléchies sur le plus grand arc de cercle compris entre l'épicentre et la station.

A De Bilt, les ondes L ne sont visibles qu'à partir de $12^h07^m,5$ avec une amplitude très faible tandis que, par comparaison avec la courbe d'Uccle, on placerait ce début à 12^h06^m.

Les vitesses moyennes déduites graphiquement des données du tableau II sont :

$$U_\Lambda = 4,23 \text{ km/s},$$
$$U_L = 3,96 \text{ km/s}.$$

La droite tracée couperait l'axe des temps au point correspondant à $11^h33^m54^s$.

Autres séismes. — Les documents relatifs à ces deux tremblements de terre étant incomplets par suite des circonstances exposées précédemment, il m'a paru intéressant d'examiner d'autres séismes pour lesquels j'ai trouvé avec plus de netteté les caractéristiques des phases Λ et L. L'étude comparative qui en a été faite m'a permis de généraliser les résultats fournis par les tremblements de terre du Kan-sou et d'envisager l'influence des différentes conditions sur la propagation des ondes.

Les résultats qui suivent concernent, dans le premier cas, les séismes dont les épicentres sont situés dans l'une des directions N.-S. ou E.-W. par rapport à la station d'observation ; dans le deuxième cas, ceux dont les épicentres ne se trouvent pas dans l'une de ces directions.

PREMIER CAS. — *Séisme du 4 mars 1924*. Ce séisme, dont l'épicentre est dans l'Amérique Centrale et a pour coordonnées $\varphi = 10^{\circ}$ N., $\lambda = 84^{\circ}$ W., est inscrit à Strasbourg, à une distance de 9.300 kilomètres, par les séismographes de Galitzine. L'azimut à la station est de 278° et correspond sensiblement à une propagation suivant la direction W.-E.

La phase Λ apparaît sur la composante N. à $10^{h}42^{m}24^{s}$; la phase L commence sur la composante E. à $10^{h}46^{m}4(0)^{s}$ et sur la composante verticale à $10^{h}46^{m}4(7)^{s}$ (fig. 3) [1].

Ces observations permettent de calculer les vitesses de propagation des deux phases, en utilisant l'heure origine ($10^{h}07^{m}36^{s}$) déduite de la durée de propagation des ondes P, conformément à la courbe de Zoeppritz et Geiger. La distance entre la station et l'épicentre étant grande, l'erreur relative à l'heure origine n'a pas d'effet appréciable sur les valeurs des vitesses qui sont :

$U_{\Lambda} = 4{,}45$ km/s.,

$U_{L} = 3{,}97$ km/s. (3,96 km/s. d'après la composante verticale)

Les ondes inscrites par le séismographe N. ne se retrouvent pas sur les autres composantes ; ce sont, par conséquent, des *vibrations horizontales et normales à la direction de propagation.*

Par contre, le séismographe vertical et le séismographe E. fournissent des inscriptions qui présentent un parallélisme saisissant, tant au point de vue de la succession des amplitudes que des pseudo-périodes. Elles présentent seulement entre elles une petite différence de phase, la composante en avance étant la composante E.

Cette analogie démontre bien que *les deux composantes,*

(1) La longueur de l'inscription correspondant à une minute étant de 14 millimètres sur la composante verticale (Z) et de 27 millimètres sur les deux autres, j'ai agrandi la première pour pouvoir la superposer à celles-ci.

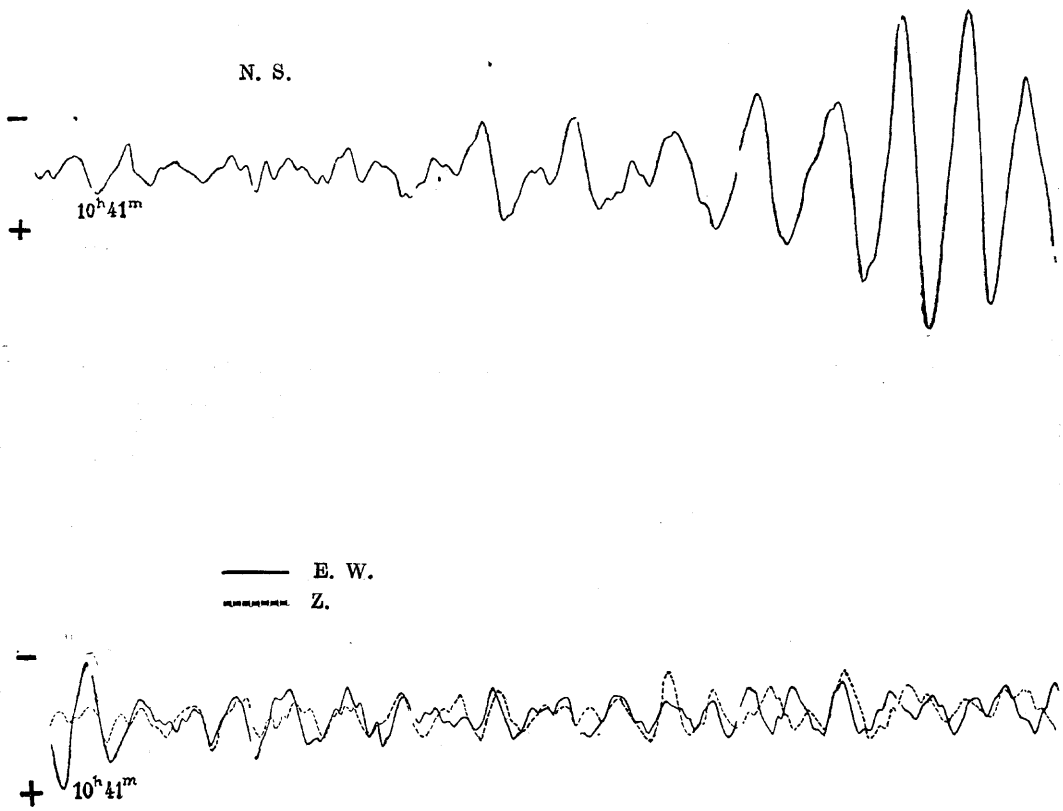
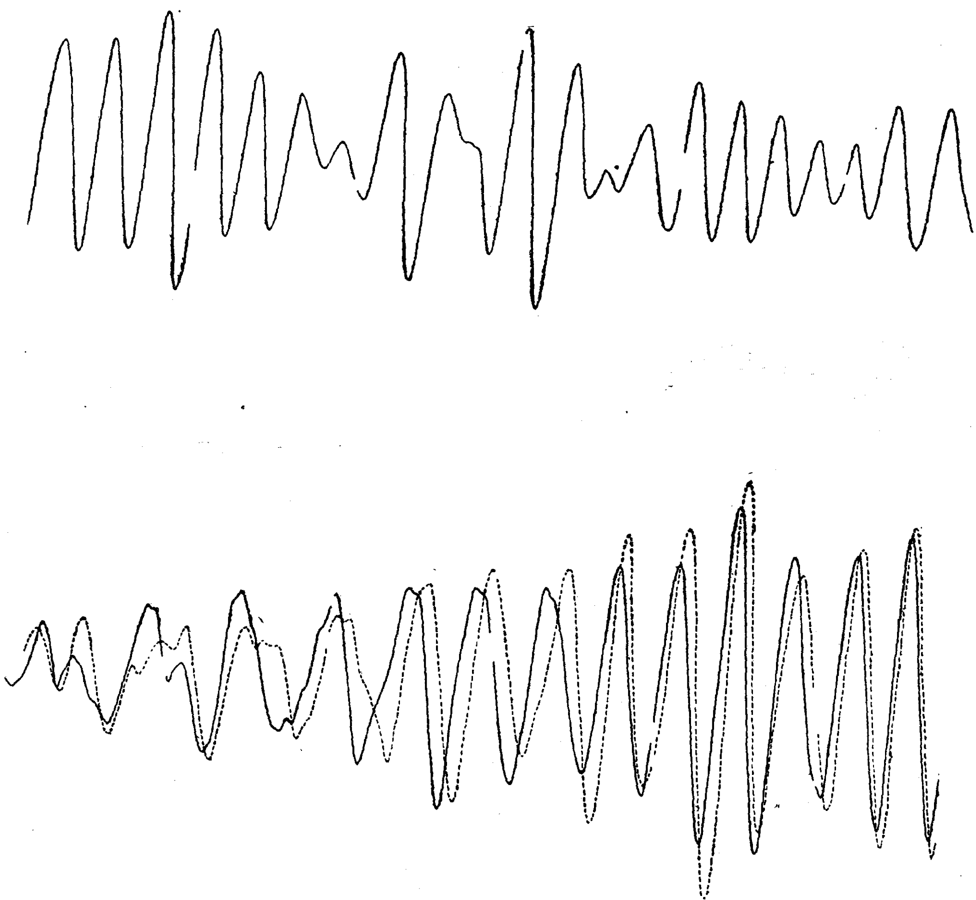


Fig. 3. — Tremblement de terre du 4 mars 1924. Longues ond



inscrites à Strasbourg par les pendules de Galitzine.

horizontale et verticale, représentent un même mouvement vibratoire se produisant dans le plan de propagation et paraissant constitué par des ondes elliptiques. Le sens de parcours de l'ellipse est conforme à celui que prévoit la théorie de Lord Rayleigh.

Quant à l'aspect des inscriptions sur chacune des trois composantes, il est le suivant : les deux phases Λ et L commencent par une suite d'oscillations dont les amplitudes augmentent tandis que les pseudo-périodes décroissent avec le temps. Les courbes inscrites par les séismographes paraissent formées par une superposition d'un grand nombre d'ondes simples de différentes périodes ; toutes ces ondes seraient émises simultanément à l'épicentre et se propageraient chacune avec sa vitesse propre fonction de sa période ; les ondes de grandes périodes se propageant plus vite que les autres formeraient la tête du train, ce qui expliquerait l'aspect de la courbe dans laquelle les pseudo-périodes sont très grandes dans les premières boucles et diminuent progressivement dans les suivantes.

Pour faire ressortir davantage cette propriété j'ai corrigé, sur chacune des composantes, l'inscription primitive de manière à supprimer les ondulations de petites périodes en lui substituant un tracé moyen. Le calcul des amplitudes vraies du sol a été effectué en adoptant à chaque instant pour période la pseudo-période correspondante [1].

Voici d'ailleurs le tableau des différentes données numériques, heures des maximums, valeurs approchées des pseudo-périodes $\frac{T_p}{2}$ et des amplitudes A des maximums.

[1] Pour justifier cette méthode dans le cas d'une oscillation complexe constituée par un nombre limité de sinusoïdes composantes, j'ai calculé la courbe fournie par un séismographe de Galitzine de 25 secondes de période en admettant qu'il agrandisse chacune des composantes comme si elle était seule ; effectuant ensuite sur cette courbe l'opération inverse en considérant non plus les composantes mais leur résultante dont la période est prise égale à la pseudo-période de superposition j'ai obtenu une nouvelle courbe très voisine de la courbe donnée.

TABLEAU III

Nº des maximums	Phase A			Phase L					
	N.			E.			Z.		
	t	$\frac{1}{2}T_p$	A	t	$\frac{1}{2}T_p$	A	t	$\frac{1}{2}T_p$	A
	h m s	s	μ	h m s	s	μ	h m s	s	μ
1	10 42 38	21	— 30	10 46 54	24	+ 46	10 47 01	24	+ 38
2	42 59	23,5	+ 76	47 16	21	— 49	47 23	21	— 36
3	43 22	19,5	— 87	47 39	21	+ 115	47 45	21	+ 106
4	43 40	19,5	+ 114	47 57	17,5	— 86	48 03	17	— 50
5	43 59	18	— 88	48 14	17	+ 94	48 19	17,5	+ 96
6	44 16	18,5	+ 96	48 30	15,5	— 87	48 36	15	— 40
7	44 36	18	— 92	48 45	15,5	+ 61	48 51	15	+ 52
8	44 53	16,5	+ 114	49 01	15	— 76	49 08	15	— 50
9	45 08	16	— 136	49 15	14,5	+ 76	49 23	14,5	+ 61
10	45 21	14	+ 88	49 30	14	— 76	49 36	14	— 66
11	45 35	13,5	— 78	49 43	13,5	+ 107	49 49	13	+ 75
12	45 49	13,5	+ 114	49 57	12,5	— 58	50 02	13,5	— 73
13	46 02	12	— 136	50 09	13,5	+ 87	50 14	12	+ 36
14				50 23	13,5	— 72	50 27	13	— 67

DEUXIÈME CAS. — La condition exigée dans le premier cas n'étant généralement pas réalisée, on obtient un résultat analogue en calculant, au moyen des inscriptions des deux séismographes horizontaux, les deux composantes du mouvement dans la direction de propagation et suivant la normale à cette direction.

Désignons par α l'angle que fait avec le méridien de la station le plan vertical contenant la station et l'épicentre ; cet angle est compté du N. vers l'E. de 0 à 360°. Soit x_N et x_E les projections du mouvement sur les directions N.-S. et E.-W., positives vers le N. et vers l'E., selon les conventions habituelles.

Choisissons comme nouveaux axes :

1° L'horizontale à la station dans le plan de propagation (*composante radiale*) ;

2° La perpendiculaire à ce plan (*composante tangentielle*).

Sur le premier axe, on attribue le signe + aux déplacements vers l'épicentre ; sur le deuxième, aux déplacements vers la droite d'un observateur qui, de la station, regarde dans la direction de l'épicentre. Les valeurs x_L et x_A des composantes du mouvement suivant ces nouvelles directions sont :

$$\left.\begin{aligned} x_L &= x_N \cos\alpha + x_E \sin\alpha \\ x_A &= -x_N \sin\alpha + x_E \cos\alpha. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Le grandissement d'un séismographe est fonction de la période du mouvement du sol ; mais, si les deux appareils N. et E. ont même période et même amortissement, il est possible de ne pas faire intervenir la période du mouvement du sol. Considérons, par exemple, deux pendules horizontaux de Galitzine à enregistrement galvanométrique ayant même période T ; tous deux sont réglés à l'amortissement critique ainsi que les galvanomètres dont la période est aussi égale à T. C_N et C_E étant des constantes instrumentales, les grandissements V_N et V_E correspondant à une période T_p du mouvement du sol sont, en posant $u = \frac{T_p}{T}$:

$$V_N = \frac{T}{C_N} \frac{u}{(1+u^2)^2}$$

$$V_E = \frac{T}{C_E} \frac{u}{(1+u^2)^2}$$

d'où :

$$\frac{V_E}{V_N} = \frac{C_N}{C_E}. \quad (2)$$

Il est donc possible de calculer les quantités $x_L V_N$ et $x_A V_N$ sans connaître T_p ; y_N et y_E étant les amplitudes sur les séismogrammes, on a d'après (1) et (2) :

$$\left.\begin{aligned} x_L V_N &= y_N \cos\alpha + y_E \frac{C_E}{C_N} \sin\alpha \\ x_A V_N &= -y_N \sin\alpha + y_E \frac{C_E}{C_N} \cos\alpha. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Les séismogrammes résultant de la superposition d'ondes de différentes périodes, on doit admettre pour pouvoir appliquer ces formules que chaque onde composante est amplifiée par le séismographe comme si elle était seule.

Si les inscriptions reproduisaient fidèlement le mouvement du sol, cette méthode serait d'une exactitude rigoureuse. En réalité, les mouvements inscrits par les séismographes subissent des déformations soumises à des lois complexes encore mal connues. Cependant, la méthode est en pratique suffisamment correcte et fournit des résultats intéressants.

1. 1[er] *septembre* 1922. — Les séismogrammes relatifs au tremblement de terre de Formose du 1[er] septembre 1922 ont permis de déterminer les heures d'arrivée des phases Λ et L aux stations ci-dessous :

TABLEAU IV

Stations	Δ	α	t_Λ	t_L
	km.	°	h m s	h m s
Osaka	1 700	308,1	19 22 27	
Abisko	8 015	68,4	(48 01)	19 51 20
De Bilt	9 545	54,3	53 06	56 56
Strasbourg	9 615	56,1	(55)	57 26
Uccle	9 675	53,6	53 35	58 11

Les distances Δ et les azimuts α ont été calculés à partir de l'épicentre ($\varphi_0 = 20°30'$ N., $\lambda_0 = 122°15'$ E.) adopté par S. Nakamura (1).

Les données horaires concernant Osaka et Strasbourg résultent de l'interprétation directe des séismogrammes. Les heures relatives à Abisko, De Bilt et Uccle ont été

(1) S. NAKAMURA, « On the Destructive Earthquakes in Formosa on the 2nd and 15th of September 1922 ». *The Seismological Bulletin of the Central Meteorological Observatory of Japan*, vol. I, n° 2, p. 60, Tokio.

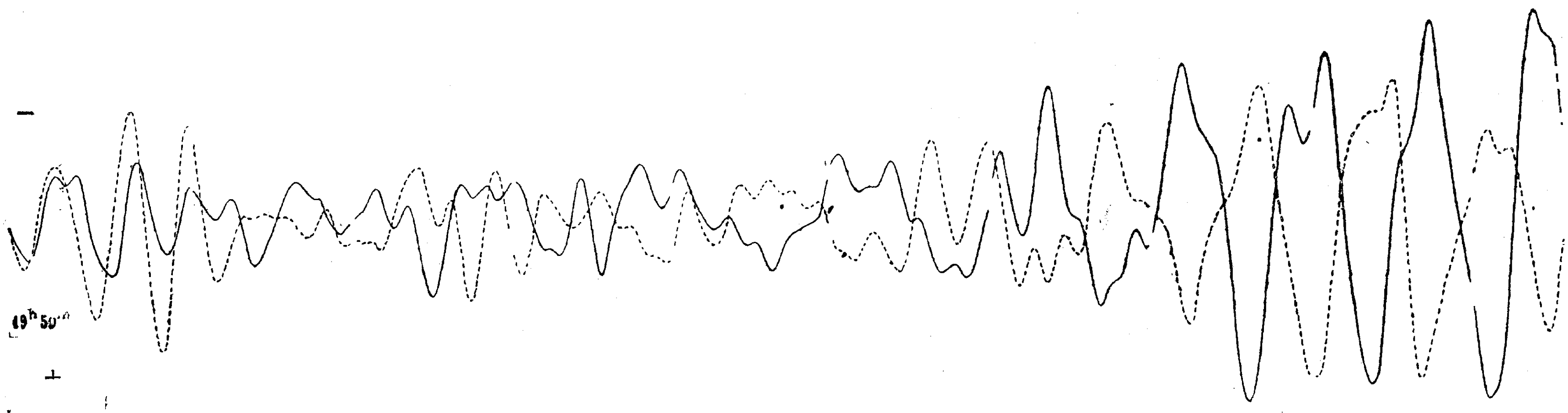
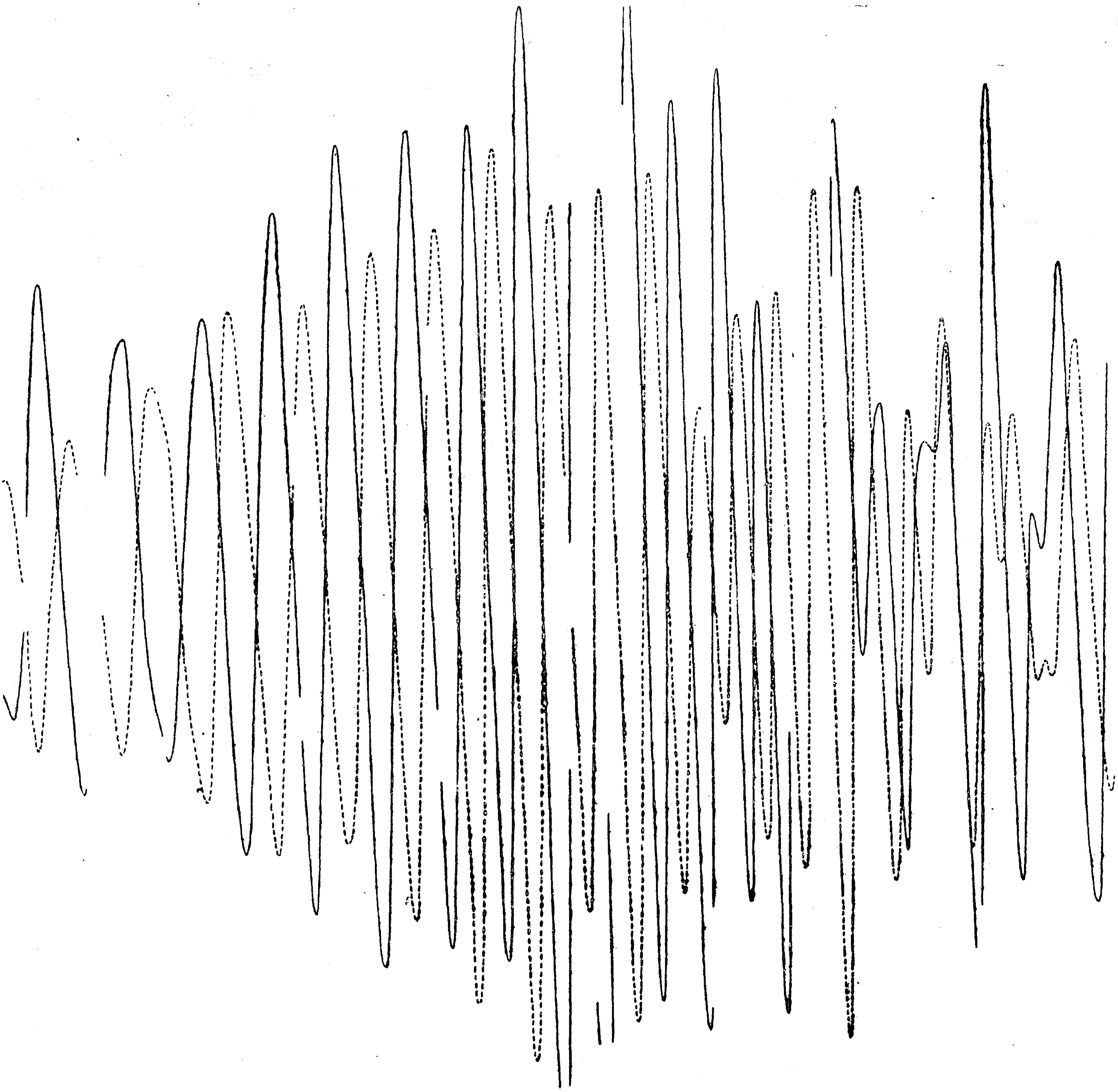


Fig. 4. — **Tremblement de terre du 1er septembre 1922. Longues ondes inscrite**
Trait continu : composante N. Trait interron



Jcole par les pendules horizontaux de Galitzine.
: composante E.

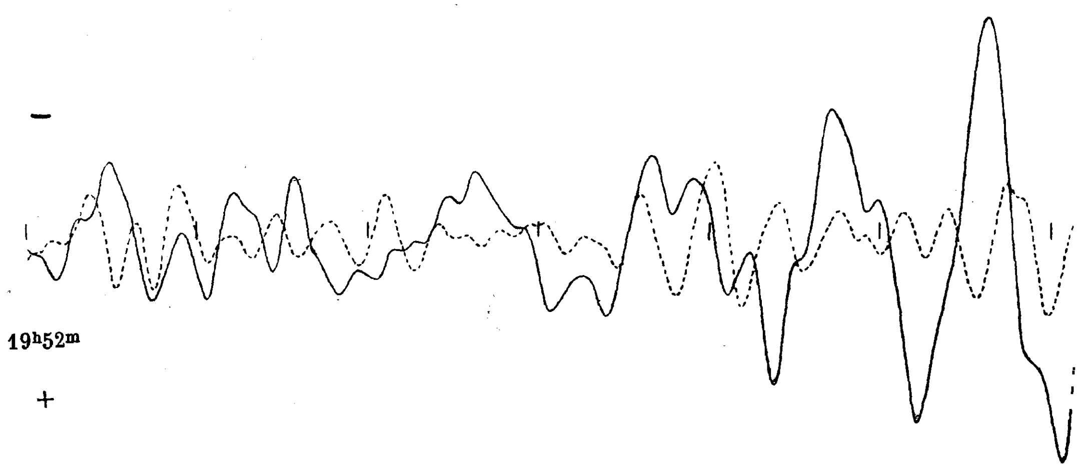
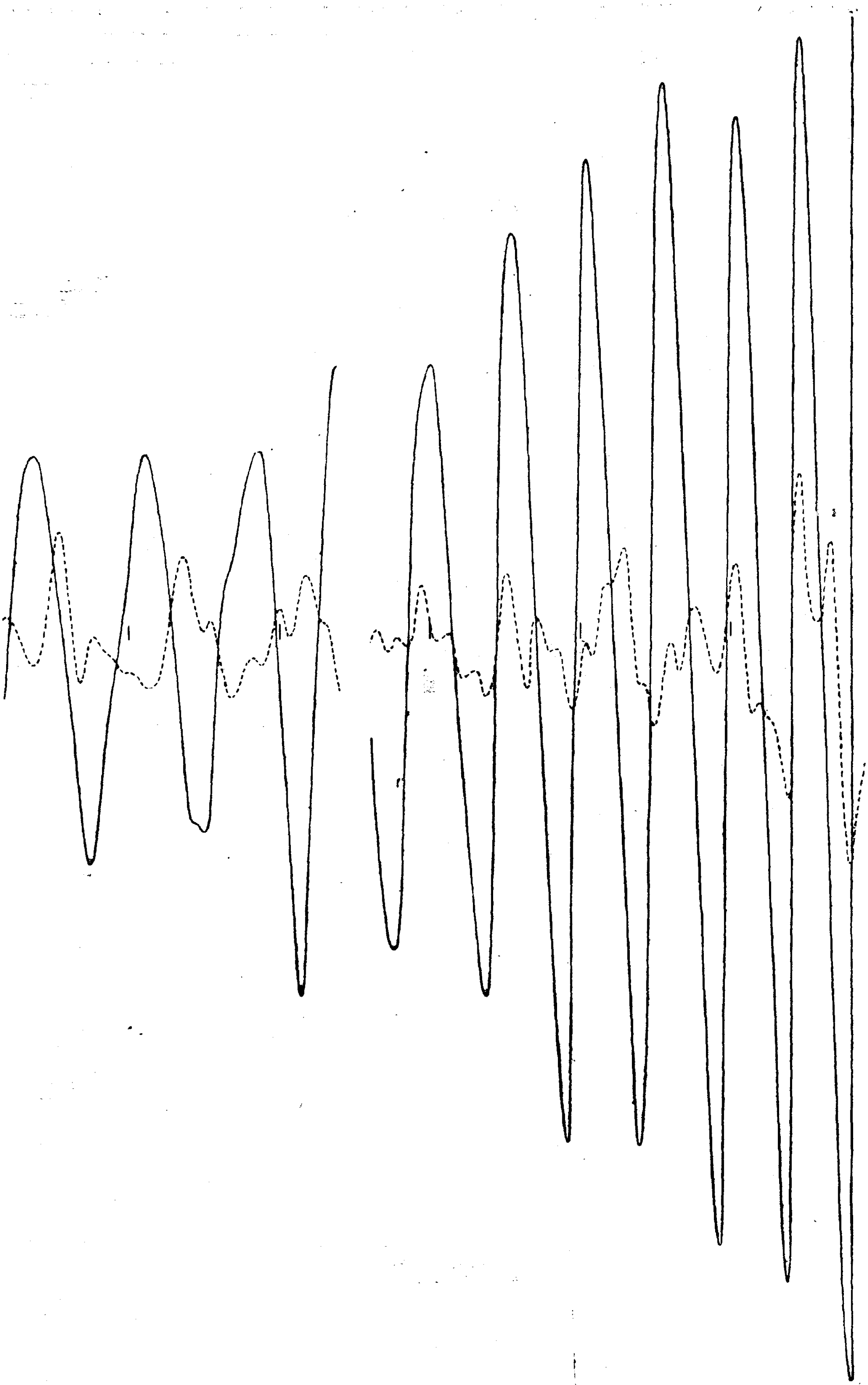


Fig. 5.— Tremblement de terre du 1er septembre 1922.
Trait continu : composante tangentielle. Tr



Composantes radiale et tangentielle. — Uccle.
interrompu : [illegible]

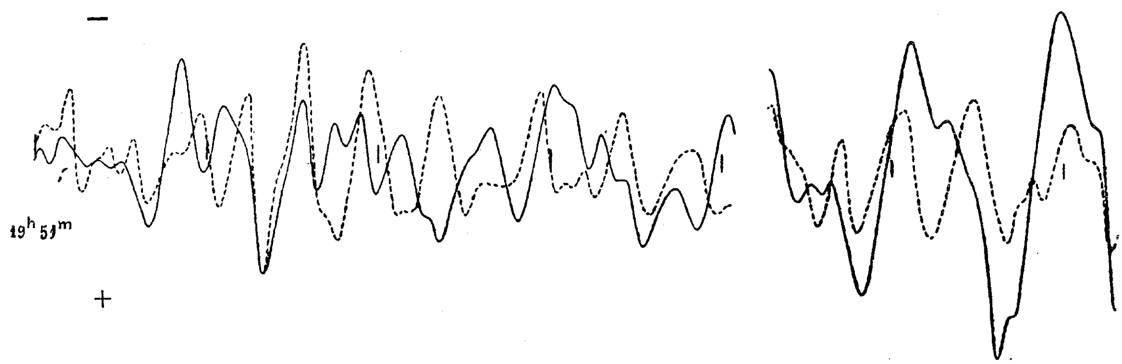
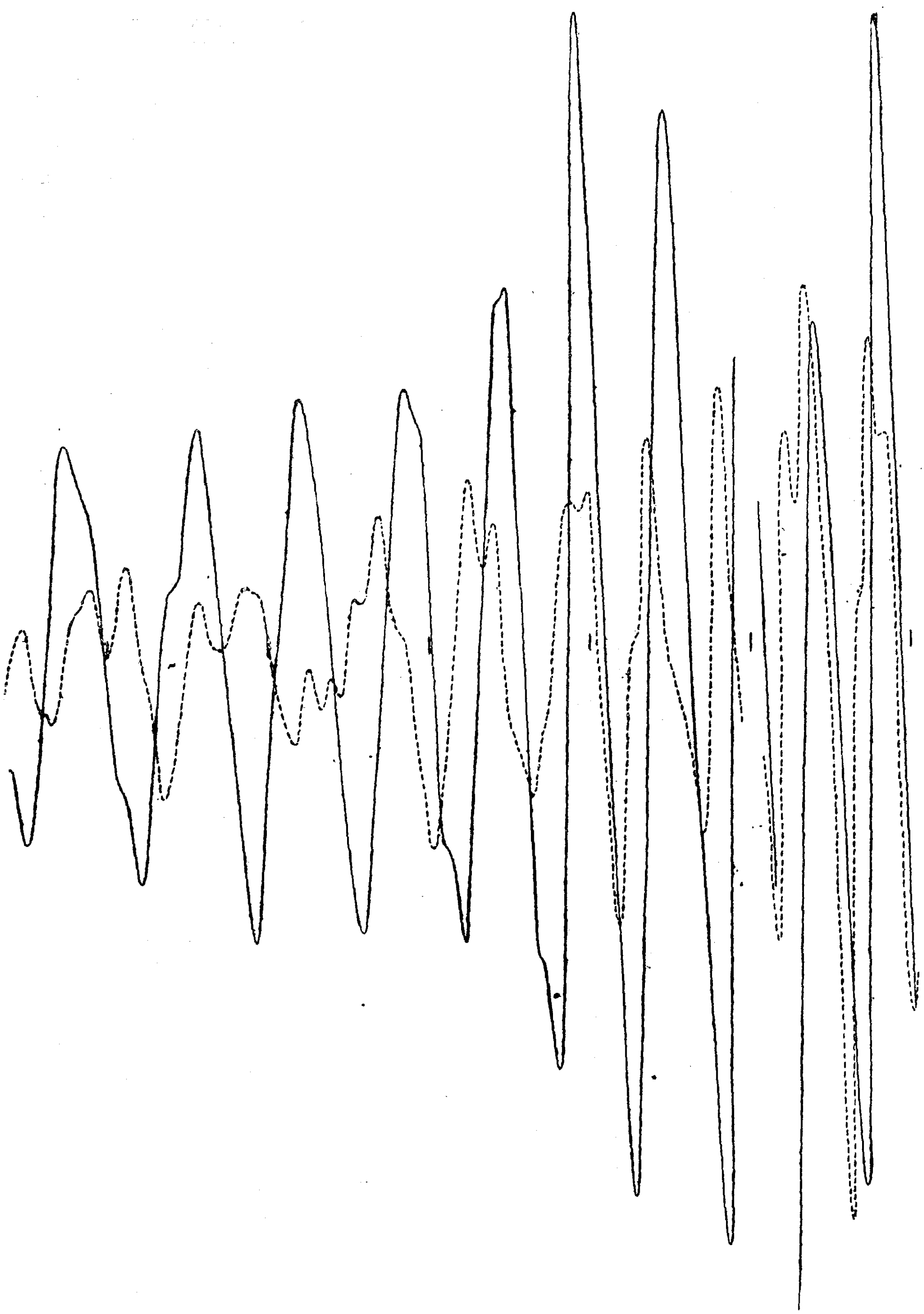


Fig. 6. — Tremblement de terre du 1er septembre 1922. Com
Trait continu : composante tangentielle. Trait in



osantes radiale et tangentielle. — De Bilt.
errompu : composante radiale.

déterminées à l'aide des courbes obtenues par projection sur les directions radiales et tangentielles (voir fig. 4).

A Strasbourg, les séismographes Wiechert n'ont pas inscrit le début de la phase Λ : vers 19^h55^m apparaissent des ondulations très faibles sur la composante N. ; le début des longues ondes sur la composante E., la plus voisine de la direction de propagation, paraît correspondre à l'arrivée de la phase L.

Tableau V

Phase A

Nos des maximums	De Bilt			Uccle (1)			
	t	$\frac{1}{2}T_p$	A	t	$\frac{1}{2}T_p$	A	$t-(\tau+\tau_1)$
	h m s	s	μ	h m s	s	μ	h m s
1	19 53 26	39	+ 256	19 53 57	40	+ 143	19 53 22
2	54 05	38	— 312	54 37	38	— 123	54 03
3	54 40	35	+ 277	55 13	36	+ 137	54 40
4	55 15	32	— 294	55 47	31	— 84	55 17
5	55 47	30	+ 289	56 17	30	+ 128	55 47
6	56 15	28	— 321	56 47	29	— 138	56 18
7	56 41	23	+ 289	57 15	25	+ 140	56 48
8	57 04	22,5	— 306	57 37	22	— 141	57 12
9	57 29	23	+ 321	58 00	23	+ 146	57 34
10	57 51	23	— 403	58 22	22	— 139	57 57
11	58 14	22,5	+ 401	58 44	22	+ 159	58 19
12	58 36	21	— 358	59 06	22	— 136	58 41
13	58 56	20	+ 419	59 27	20	+ 113	59 03
14	59 16	21	— 452	59 47	20	— 112	59 23
15	59 37	19,5	+ 406	20 00 06	18	+ 173	59 44
16	59 55	18	— 335	00 24	18	— 140	20 00 03
17	20 00 13	18	+ 351	00 42	18	+ 158	00 20
18	00 30	16	— 379	01 00	18	— 135	00 38
19	00 47	17	+ 475	01 17	18	+ 181	00 55
20	01 02	15	— 635	01 34	14	— 140	01 14
21	01 18	15,5	+ 465	01 49	16	+ 205	01 28
22	01 33	15	— 530	02 05	16	— 201	01 44
23	01 59	15	+ 589	02 21	16	+ 209	02 00

(1) Les heures portées dans les différents tableaux sont celles qui sont directement fournies par les séismogrammes. La colonne $t-(\tau+\tau_1)$ indique, à titre d'exemple, les heures corrigées de la différence de phase $(\tau+\tau_1)$ entre les oscillations du galvanomètre et celles du sol.

A Abisko, l'azimut étant assez voisin de 90°, les courbes calculées ressemblent beaucoup aux séismogrammes.

Le commencement des phases est très faible, ce qui résulte certainement de la période des séismographes (12^s) : il est surtout difficile de fixer le début de la phase Λ ; l'heure adoptée pour celui de la phase L est confirmée par le séismogramme vertical.

A Uccle et à De Bilt, la phase Λ présente un début très net et atteint rapidement une grande amplitude alors que la composante dans le plan de propagation ne comprend encore que de faibles trains d'ondes qui, d'après leur période, sont des ondes S réfléchies (fig. 5 et 6).

Les amplitudes et les périodes varient, dans cette phase, suivant les nombres ci-dessus (tableau V) qui mettent en évidence une grande analogie entre les courbes des deux stations (fig. 7).

La phase L est beaucoup moins nette que la précédente et les amplitudes dans le plan de propagation restent faibles jusqu'à 20^h04^m. Les vibrations superficielles paraissent commencer à $19^h56^m56^s$ à De Bilt tandis qu'à Uccle on ne les distingue pas avant $19^h58^m11^s$ (donnée non utilisée pour le calcul ultérieur de la vitesse). Il ne paraît pas possible de trouver une identification des deux trains à Uccle et à De Bilt.

Les données de Osaka, De Bilt et Uccle conduisent pour la phase Λ à une vitesse moyenne de 4 27 kilomètres par seconde, très voisine des valeurs obtenues en utilisant l'heure d'arrivée à chaque station et l'heure origine $19^h15^m57^s$:

Osaka	$U_\Lambda = 4{,}36$ km/s
De Bilt	4,28 km/s
Uccle..................	4,28 km/s

Les déterminations relatives à la phase L fournissent les valeurs suivantes pour la vitesse :

Abisko	$U_L = 3{,}75$ km/s
De Bilt	3,88 km/s
Strasbourg.............	3,86 km/s

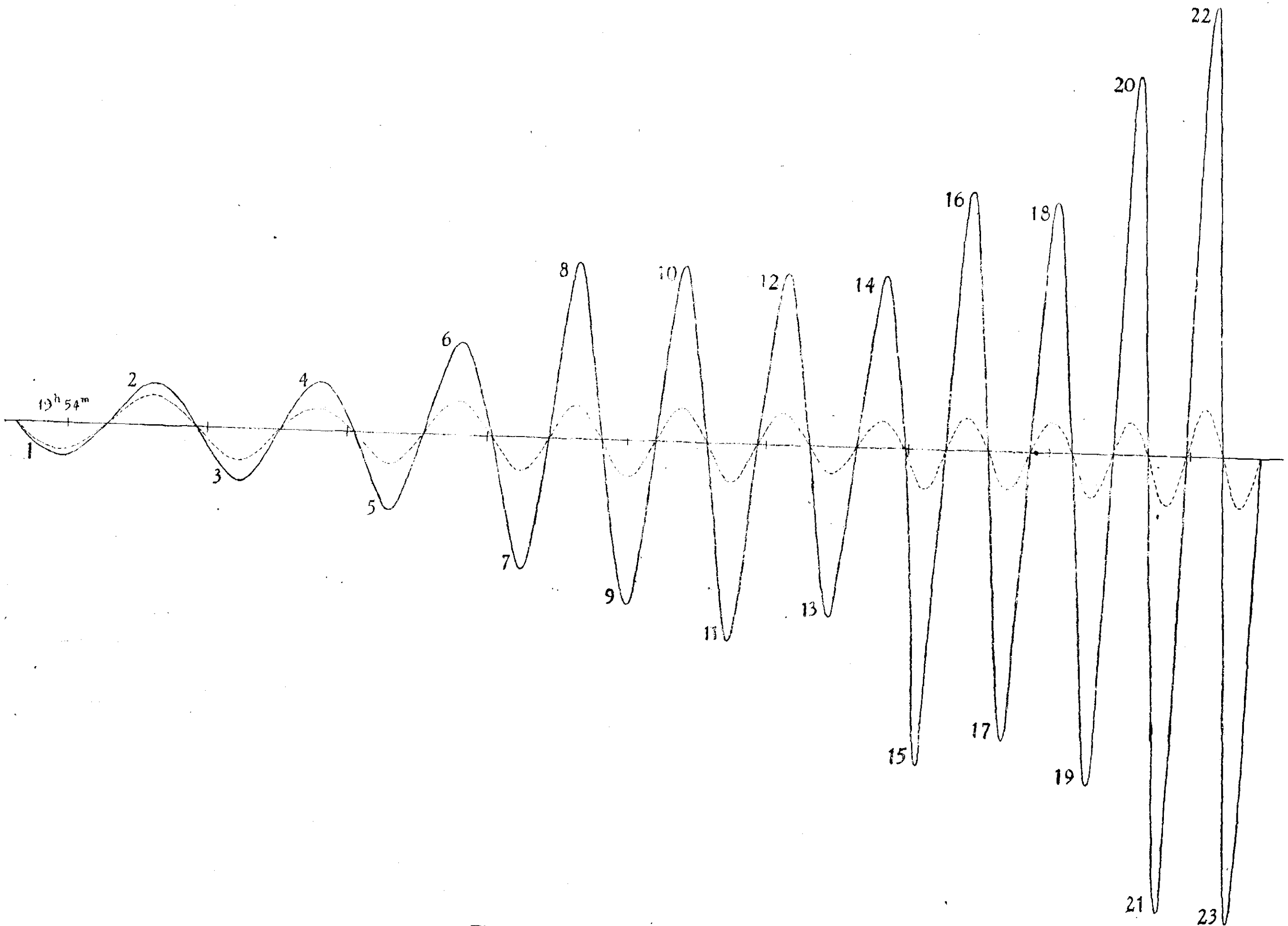


Fig. 7. — Composante tangentielle.
Trait continu : courbe moyenne déduite de la courbe 5. Trait interrompu : amplitudes vraies en microns (échelle 33 : 1).

2. 23 *août* 1921. — L'épicentre adopté par H. H. Turner (1) ($\varphi_0 = 67°,5$ N., $\lambda_0 = 18°,6$ W.) est situé dans l'Océan Atlantique, non loin de la côte d'Islande, au nord de cette île. L'heure origine moyenne d'après les courbes de Zoeppritz et Geiger et les données horaires des quatre observatoires dont les inscriptions m'ont été communiquées serait $20^h17^m20^s$.

Les temps d'arrivée des phases Λ et L aux différentes stations (tableau VI) ont été déterminés de la manière suivante :

A Eskdalemuir, on trouve sur le séismogramme horizontal que la phase Λ commence en même temps que les ondes transversales S ; sur la composante verticale, ces dernières sont visibles à $20^h23^m41^s$ et la phase L à partir de $20^h24^m12^s$.

Pour les trois autres stations, les composantes horizontales radiales et tangentielles ont été utilisées. A Abisko, les ondes S et la phase Λ sont confondues, d'où résulte une incertitude sur le début de cette dernière.

TABLEAU VI

Stations	Δ	α	t_Λ	t_L
	km	°	h m s	h m s
Abisko	1 540	283,7	20 23 25-41	20 24 13
Eskdalemuir	1 549	336,7	23 34	24 12
De Bilt	2 138	332,1	25 54	26 50
Uccle	2 242	334,3	26 10	

Les vitesses moyennes de propagation sont 4,20 km/s (phase Λ) et 3,75 km/s (phase L), les valeurs calculées pour chaque station étant :

(1) *The International Seismological Summary for* 1921, p. 113.

TABLEAU VII

Vitesses

Stations	U_A	U_L
	km/s	km/s
Abisko..........................	4,22-4,04	3,73
Eskdalemuir.....................	4,14	3,76
De Bilt	4,16	3,75
Uccle...........................	4,23	

5. 7 *février* 1920 et 30 *juin* 1921. — Ces deux tremblements de terre ont des épicentres voisins situés dans l'Océan Atlantique, au sud du Groënland (7 février 1920 : $\varphi_0 = 56^\circ{,}8$ N., $\lambda_0 = 33^\circ{,}6$ W., $t_0 = 11^h50^m30^s$; 30 juin 1921 : $\varphi_0 = 61^\circ{,}5$ N., $\lambda_0 = 33^\circ{,}5$ W., $t_0 = 2^h10^m03^s$) [1].

Les inscriptions obtenues à De Bilt et à Uccle ont fourni les résultats suivants :

TABLEAU VIII

Date	Station	Δ	α	t_A	t_L
		km	°	h m s	h m s
7 février....	De Bilt	2 525	297	12 00 15	12 01 19
30 juin	De Bilt	2 525	309	2 19 49	2 20 56
	Uccle	2 580	312	2 19 55	2 20 57

La phase A est très faible dans les trois cas, mais surtout dans la courbe du 30 juin à De Bilt qui n'a pu être interprétée que par superposition avec les autres inscriptions suivant la méthode déjà employée.

Les valeurs trouvées pour les vitesses de propagation sont :

(1) *The International Seismological Summary*, 1920, p. 25 et 1921 p. 91.

TABLEAU IX

Vitesses

Date	Station	U_Λ	U_L
		km/s	km/s
7 février	De Bilt	4,32	3,89
30 juin	De Bilt	4,31	3,87
	Uccle	4,36	3,94

6. 21 *avril* 1919. — (Épicentre : Océan Atlantique, à l'ouest du Rocher Saint-Paul, $\varphi_0 = 8^o,0$ N., $\lambda_0 = 40^o,5$ W., $t_0 = 11^h25^m54^s$) (1).

Les séismogrammes de De Bilt, à une distance de 6340 kilomètres, ont permis de mettre en évidence les débuts des phases Λ et L respectivement à $11^h48^m32^s$ et à $11^h51^m00^s$ et de calculer les vitesses de propagation :

$$U_\Lambda = 4,67 \text{ km/s},$$
$$U_L = 4,21 \text{ km/s}.$$

Les mouvements transversaux ont une amplitude plus faible que les ondes de la phase L.

7. 12 *novembre* 1920. — (Épicentre : Océan Atlantique, région du Rocher Saint-Paul, $\varphi_0 = 0^o,0$, $\lambda_0 = 28^o,2$ W., $t_0 = 5^h41^m48^s$) (2).

Les deux composantes de la phase principale apparaissent aux stations de De Bilt et d'Uccle aux heures suivantes :

TABLEAU X

Station	Δ	α	t_Λ	t_L
	km	o	h m s	h m s
Uccle	6 425	220,0	6 05 33	6 08 35
De Bilt	6 575	219,9	6 06 24	6 08 42

(1) *The International Seismological Summary for* 1919, p. 45.
(2) *The International Seismological Summary for* 1920, p. 173.

d'où résultent les valeurs des vitesses :

TABLEAU XI

Station	U_A	U_L
	km/s	km/s
Uccle........................	4,51	4,00
De Bilt......................	4,46	4,07

DISCUSSION DES RÉSULTATS

I. Existence de deux sortes d'ondes dans la phase principale. — Les deux phases déjà signalées par quelques auteurs ont été séparées et étudiées d'une façon plus complète au cours de ce travail.

On les distingue par des propriétés essentielles : dans la première, les mouvements sont *horizontaux et normaux à la direction de propagation* ; dans la seconde, les ondes se produisent *dans le plan de propagation* et paraissent être des *vibrations elliptiques.*

On a vu que la théorie de Lord Rayleigh (théorie de la propagation des ondes à la surface d'un solide élastique homogène) ne permet pas de prévoir l'existence de vibrations transversales dans les ondes superficielles. Les résultats ci-dessus sont au contraire en parfait accord avec la théorie de Love.

Les différents exemples considérés permettent de conclure que ces caractères sont tout à fait généraux quelles que soient la distance et la région traversée. Ils m'ont en outre conduite à d'autres résultats relatifs aux vitesses de propagation, à la dispersion, aux périodes et aux amplitudes.

II. Vitesses. — Le tableau ci-dessous résume les valeurs obtenues pour les vitesses des phases Λ et L.

TABLEAU XII

Date	U_A	U_L
16 décembre 1920	4,6	4,1
25 » 1920	4,2	4,0
4 mars 1924	4,4	4,0
1er septembre 1922	4,3	3,8
23 août 1921	4,2	3,7
7 février 1920	4,3	3,9
30 juin 1921	4,3	3,9
21 avril 1919	4,7	4,2
12 novembre 1920	4,5	4,0

On voit que les valeurs relatives à la phase Λ sont comprises entre 4,2 km/s et 4,7 km/s et celles qui concernent la phase L entre 3,7 km/s et 4,2 km/s.

Il n'est pas possible de comparer ces nombres aux résultats de Love. En effet, l'observation directe des séismogrammes ne peut fournir que les vitesses de propagation des têtes de trains tandis que les conclusions théoriques concernent les vitesses d'ondes de longueurs données ; on se trouve donc arrêté par la difficulté de séparer les ondes simples dont la superposition donne le séismogramme. D'autre part, le cas simple d'un noyau et d'une écorce n'est pas réalisé dans la Terre : l'existence d'une surface de discontinuité séparant deux milieux de propriétés différentes paraît probable ; mais, dans chacun d'eux, la densité et la rigidité sont non des constantes mais des fonctions continues de la profondeur, ce qui est mis en évidence par les durées de propagation des ondes P et S. Love a d'ailleurs envisagé la possibilité d'une variation continue qui conduirait à des conclusions analogues à celles qui résultent de ses hypothèses. Il semble toutefois que, dans ces conditions, la théorie de Love fournisse seulement une représentation qualitative des phénomènes.

Les écarts constatés entre les différentes valeurs obtenues pour les vitesses étant assez importants, il y a lieu de rechercher s'il existe une relation entre les vitesses de propagation et certains facteurs tels que la distance parcourue, la nature du milieu traversé, les périodes et les amplitudes des mouvements inscrits.

Distance. — On a vu que, dans le graphique relatif au séisme du Kan-sou, les points se rangent le long de deux droites représentant les durées de propagation des phases Λ et L en fonction de la distance. Les valeurs des vitesses se rapportant aux autres séismes ne présentent pas non plus d'écarts systématiques en relation avec la distance ; il faut remarquer toutefois que les stations dont les documents ont été utilisés étaient toutes éloignées de l'épicentre de plus de 2.000 kilomètres ; les résultats obtenus ne s'appliquent donc pas aux faibles distances.

Nature du milieu. — D'après certains auteurs, la vitesse des ondes superficielles serait différente suivant que ces ondes se propagent sous l'océan ou sous le continent.

Tams (¹) indique les valeurs suivantes déduites de différents tremblements de terre inscrits entre 1905 et 1912 :

Océan, $V = 3{,}897$ km/s ;
Continent, $V = 3{,}797$ km/s.

Ces nombres sont évidemment trop faibles et résultent d'observations insuffisantes.

Angenheister trouve une vitesse plus grande sous l'océan que sous le continent : d'après les séismogrammes obtenus aux stations de Apia, Sydney-Riverview, Tiflis et Pulkovo lors de deux grands tremblements de terre de 1915, cet auteur indique pour les vibrations transversales des vitesses comprises respectivement entre

(¹) E. Tams, *Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der seismischen Oberflächenwellen längs kontinentaler und ozeanischer Wege.* Centralblatt für Mineralogie, Geologie und Paläontologie, Jahrgang 1921, p. 75, Stuttgart.

4,58 et 4,70 km/s. (océan) et entre 3,58 et 4,16 km/s. (continent). Les valeurs obtenues pour la vitesse de la deuxième phase sous l'océan sont 4,23 km/s. et 4,48 km/s.

Les observations relatives au grand tremblement de terre du Kan-sou ne présentent pas d'écarts comparables ; il est vrai que les quelques stations pour lesquelles la propagation se faisait sous l'océan étaient situées à une très grande distance de l'épicentre et munies d'appareils peu sensibles.

Les valeurs du tableau XII ne confirment pas davantage les résultats de cet auteur.

Périodes et amplitudes. — Si l'on compare les séismogrammes obtenus à Uccle et à De Bilt à l'aide d'appareils identiques le 25 décembre 1920 et le 2 septembre 1922 et si l'on calcule les vitesses des premiers maximums de la phase Λ en admettant les mêmes heures origines que précédemment, on trouve une relation nette entre les vitesses et les périodes : les plus grandes vitesses correspondent aux plus grandes périodes et des boucles de même période paraissent s'être propagées avec la même vitesse.

Les valeurs trouvées pour les vitesses semblent aussi dépendre de l'intensité des tremblements de terre : ainsi, les deux séismes du Kan-sou (16 et 25 décembre 1920) ayant des épicentres voisins mais des intensités très différentes, on peut admettre que les écarts entre les valeurs obtenues pour les vitesses résultent de cette différence entre les intensités.

Les ondes de grandes périodes qui constituent le début des phases Λ et L peuvent être plus absorbées au cours de leur propagation que les ondes de périodes plus petites ; étant en outre peu amplifiées par les séismographes, elles ne sont probablement pas inscrites lors de tremblements peu intenses, ce qui expliquerait que l'observation des séismogrammes fournisse, pour le début des longues ondes, des périodes et des vitesses plus petites que celles qui résultent de l'étude de grands tremblements de terre.

III. **Dispersion.** — Un des résultats obtenus par Love consiste dans le fait que la vitesse d'une onde simple est fonction de sa longueur, c'est-à-dire qu'il y a dispersion.

Si un train d'ondes émis à l'épicentre est constitué par une superposition d'ondes simples de différentes périodes, les ondes de grandes périodes se propagent plus vite que les autres de sorte qu'elles forment la tête du train et arrivent les premières en un point donné de la Terre.

Ce phénomène de dispersion n'ayant pas été complètement étudié dans le cas d'ondes se propageant à la surface d'un solide, on ne peut prévoir ses effets que par analogie avec les exemples traités en hydrodynamique. Un des premiers s'est présenté dans la propagation des rides sur l'eau (1) ; un autre problème a été traité par Poisson et Cauchy et repris par Lamb (2) dans la théorie des ondes en eau profonde.

D'après ces exemples, la dispersion paraît caractérisée par les faits suivants :

1) en un point donné, diminution de la pseudo-période liée à une augmentation de l'amplitude des boucles inscrites en fonction du temps ;

2) au cours de la propagation, déformation du train qui s'allonge (les pseudo-périodes augmentent ; les amplitudes diminuent) ;

3) d'après la théorie de Lamb, la vitesse de la tête du train croît avec la distance.

Périodes et amplitudes. — Sur les séismogrammes ou sur les courbes qui en sont déduites, chacune des phases Λ et L se présente, dans son début, sous forme d'un train d'ondes dans lequel les pseudo-périodes des boucles successives décroissent tandis que les amplitudes de ces

(1) Voir T. H. Havelock, *The propagation of disturbances in dispersive media*, 1914, pp. 2-6.

(2) H. Lamb, *Hydrodynamics*, 4e éd., Cambridge 1916, pp. 376 et suivantes.

boucles augmentent. Ces caractères sont particulièrement nets sur les courbes relatives aux tremblements de terre du 1er septembre 1922 et du 4 mars 1924.

La ressemblance est frappante entre ces courbes et celle de Lamb ; on peut donc penser, par analogie avec les exemples d'hydrodynamique, qu'il existe pour chaque phase (Λ et L) une fonction $F(x,t)$ qui représente les amplitudes successives en fonction du temps et de la distance, l'amplitude et la période étant liées entre elles.

Déformation du train. — La diminution des pseudo-périodes des boucles successives est très rapide sur les séismogrammes obtenus aux faibles distances, plus lente sur ceux des stations éloignées ; cette différence d'aspect apparaît immédiatement si l'on compare, par exemple, les inscriptions obtenues à De Bilt le 23 août 1921 (2138 kilomètres) et le 1er septembre 1922 (9545 kilomètres).

Par conséquent, si l'on envisage le profil dans l'espace d'un ensemble d'ondes considéré comme un train, ce profil change au cours de la propagation : les vitesses des premiers maximums sont plus grandes que celles des maximums situés à l'arrière du train, de sorte que ce dernier s'étire à mesure qu'il s'éloigne du centre d'ébranlement et en même temps son amplitude diminue. Sur les séismogrammes le nombre des boucles comprises entre le début et le maximum du train augmente et la pseudo-période des premières boucles croît avec la distance.

Vitesses. — On a vu, dans le paragraphe relatif aux vitesses, que celles-ci paraissent indépendantes de la distance, les distances considérées étant toutes supérieures à 2000 kilomètres.

IV. **Périodes et amplitudes.** — On a résumé, dans les paragraphes précédents, les résultats relatifs à la variation de la pseudo-période et de l'amplitude des boucles à l'intérieur du train ; il reste à indiquer comment varie, en fonction de la distance, l'amplitude de l'ensemble du train qui pourrait être représentée par celle du maximum.

La diminution d'amplitude de l'ensemble du train en fonction de la distance est due à différentes causes ; on peut envisager les suivantes :

a) L'énergie I_0 se propage en divergeant à partir de l'épicentre. S'il n'y avait pas d'autres causes de variation d'amplitude, l'énergie I reçue en un point situé à une distance Δ serait :

$$I = \frac{I_0}{R \sin \theta} \text{ (1)}$$

$\left(R \text{ : rayon terrestre ; } \theta = \frac{\Delta}{R}\right)$.

b) Cette loi suppose une propagation à la surface de la Terre ; en réalité, une partie de l'énergie est sans doute perdue par pénétration à l'intérieur. La profondeur atteinte par les ondes est probablement fonction de leur longueur, comme le prévoit la théorie de Love.

c) De la viscosité de la matière résulte une absorption qui peut aussi agir sélectivement sur certaines longueurs d'ondes.

Galitzine a proposé la formule suivante qui exprime l'énergie reçue en tenant compte des facteurs *a* et *c* :

$$I = \frac{I_0}{R \sin \theta} e^{-k\Delta} \text{ (2)} ;$$

k était calculé par le rapport des amplitudes des ondes W_1 et W_2 inscrites à la même station.

Cette loi néglige les autres causes d'amortissement *b* et *d*.

D'ailleurs, l'absorption dépend vraisemblablement de la nature du milieu traversé et du sous-sol à la station.

D'après Angenheister, l'amortissement des longues

(1) B. Galitzine, *Vorlesungen ueber Seismometrie*, p 91

(2) *Ibid.*, p. 92.

ondes serait plus grand sous l'Océan Pacifique que sous le continent asiatique.

Le fait que la phase Λ avait une amplitude plus faible que la phase L dans les tremblements de l'Atlantique tandis qu'elle était très importante dans celui de Formose peut être rapproché des résultats de cet auteur.

L'influence des conditions locales apparaît nettement si l'on compare les inscriptions d'un même séisme (1er septembre 1922 ou 25 décembre 1920) à Uccle et à De Bilt : malgré leur analogie elles ont des amplitudes très différentes, plus grandes à De Bilt qu'à Uccle. On remarque que l'agitation microséismique est aussi beaucoup moins importante dans cette dernière station ; il est possible que cette différence soit due aux conditions locales.

d) L'allongement du train d'ondes au cours de la propagation entraîne une diminution de son amplitude puisque la même quantité d'énergie est, toutes choses égales d'ailleurs, répartie sur une plus grande longueur.

e) Enfin, lorsque deux ou plusieurs trains d'ondes se superposent, les amplitudes de la courbe résultante dépendent des différences de phases entre les trains composants de sorte que l'aspect des séismogrammes peut varier beaucoup d'une station à l'autre. Ce phénomène d'interférence intervient moins au commencement des phases Λ et L que dans la suite des longues ondes où il a certainement une grande importance [1].

Il serait sans doute intéressant de construire des graphiques représentant la variation des périodes et des amplitudes en fonction de la distance ; mais cette étude exigerait un nombre assez grand de séismogrammes du même tremblement de terre obtenus à des distances différentes à l'aide d'appareils identiques.

[1] E. Rothé, *Sur la production des maximums dans les inscriptions séismographiques. Cas des épicentres océaniques.* Congrès scientifique pan-pacifique, 1926. — *Sur la nature des maximums inscrits dans les séismogrammes*, *C. R.*, t. CLXXXIII, 1926, pp. 136-139.

Il est en effet impossible de comparer des inscriptions fournies par des séismographes différents. Les exemples ci-dessus montrent que, pour des tremblements de terre d'intensité moyenne, les pendules Galitzine de grande période inscrivent seuls les grandes ondes qui forment le début des phases Λ et L ; on le voit immédiatement en comparant les séismogrammes obtenus à Uccle le 25 décembre 1920 avec les pendules horizontaux de Galitzine et avec le pendule astatique de Wiechert : les premiers ont permis de fixer le début de la phase Λ à $12^h03^m47^s$ et celui de la phase L à $12^h06^m30^s$ tandis que, sur les séismogrammes Wiechert, on ne trouve aucune trace d'ondes de grandes périodes jusqu'à 12^h10^m. D'ailleurs, si l'on excepte ceux des stations peu éloignées de l'épicentre (Dairen et Zi-ka-wei), les séismogrammes fournis par les pendules de Galitzine sont les seuls qui aient permis d'étudier les longues ondes de ce séisme.

De plus, les mouvements oscillatoires du sol résultant de la superposition d'ondes de différentes périodes qui sont inégalement amplifiées, l'aspect des inscriptions et leurs pseudo-périodes sont modifiées par les séismographes. Ainsi, parmi les inscriptions du 23 août 1921, celles d'Abisko ($T = 12^s$) ont des pseudo-périodes plus courtes que celles d'Eskdalemuir ($T = 24^s$) bien que ces deux stations soient à la même distance de l'épicentre.

Aussi toutes les études comparatives faites à l'aide de séismographes différents sont-elles entachées d'erreurs. Même lorsqu'on utilise des inscriptions fournies par des appareils semblables, l'identification des ondes d'une station à une autre est très difficile sauf lorsque ces stations sont voisines : elle ne peut être faite d'après l'égalité des pseudo-périodes puisque celles-ci varient pendant la propagation. Il serait donc nécessaire, pour suivre une boucle d'un train d'ondes, de posséder un réseau de stations assez rapprochées et munies des mêmes appareils.

Reçu en février 1927.

Quelques remarques sur le rapport entre les accélérations maximales des différentes phases dans quelques séismogrammes

Par le R. P. Emm. Mª S. NAVARRO, S. J.

Directeur de la Station Séismologique de Cartuja (Granada)

Avec les séismographes dont les constantes sont celles qu'on adopte ordinairement, et surtout dans les composantes horizontales, davantage encore dans les instruments dépourvus d'amortisseurs, la partie la plus importante des graphiques semble être celle des ondes lentes, d'où le nom de « portion principale, main phase, fase principale, fase maxima, Hauptphase... » ; mais ce fait n'est pas toujours conforme à la réalité. Et encore cette prédominance diminue-t-elle beaucoup dans les composantes verticales à longue période. Un appareil Galitzine des ateliers de la station séismologique de Cartuja (Granada), modifié dans la construction, va nous fournir le matériel nécessaire pour cette note qu'on devra considérer seulement comme préliminaire. D'autres séismographes, et plus particulièrement un pendule horizontal Galitzine, modifié dans nos ateliers, seront également utilisés.

Dans le matériel pris, comme on pourrait dire, au petit bonheur, dans le *Boletin Mensual* et aussi, pour les cas qui n'ont pas encore été publiés, dans nos cahiers d'observations, nous n'avons eu en vue que le choix de séismogrammes bien enregistrés et avec des amplitudes suffisantes pour éliminer l'influence des erreurs dans les mesures et, dans les instruments à enregistrement mécanique, l'influence encore plus grave du frottement. Toujours il s'agit de téléséismes.

Nous allons voir que si les amplitudes maximums ne se trouvent pas dans la phase *P*, ce qui n'est pas rare, les accélérations maximales ne manquent pas de se présenter, et l'ébranlement du sol sur lequel repose le séismographe est plus notable après l'adjonction de la phase *S* que sous l'influence des ondes *M*. La portion dite principale se réduit alors à un « écho » bien amorti du tremblement de terre, dont les effets sont bien mieux manifestés par les ondes directes et réfléchies *P* et *S*.

Quelques exemples suffiront pour démontrer le bien-fondé de notre assertion et, étant donnée la rapidité des calculs simples à faire, on pourra les vérifier avec des renseignements personnels qui sont, en tout état de cause, les plus faciles à contrôler, — ou avec des renseignements tirés soit d'autres bulletins séismologiques soit de bonnes copies photographiques. Il nous semble d'une certaine utilité d'ajouter aux valeurs en μ et secondes des ondes *M*, ce qui d'ailleurs se fait dans tous les centres d'études ou peu s'en faut, les mêmes données correspondant à *P*, *S*, *PR*,... *m*,... même si l'on devait dans ce but, par raison d'économie, supprimer quelques *M*. On pourrait alors tirer de ces renseignements des conséquences très importantes, que nous essaierons d'indiquer : il n'en coûterait qu'un léger surcroît de travail au personnel chargé d'interpréter les graphiques et de rédiger les bulletins.

L'étude si captivante de la répartition des couches dans l'intérieur de notre globe se fait surtout maintenant par la considération des longues ondes, tant au point de vue de leur vitesse de translation que de leur période et de leur absorption pour la partie la plus superficielle de l'écorce ; on les utilise au lieu des temps d'arrivée et angles d'émergence des ondes préliminaires directes ou réfléchies. A celles-ci on pourrait adjoindre les maximums de ces deux phases ou *m*, et, tant pour les unes que pour les autres, leurs accélérations, l'amplitude ne suffisant pas pour caractériser un mouvement en vue de comparaisons.

L'azimut du tremblement de terre analysé, ainsi que sa distance épicentrale, permettront de mesurer sur un globe terrestre les parties terrestre et marine correspondantes, et éclairciront peut-être quelque point obscur encore débattu.

Pour éviter l'emploi trop fréquent de mots trop longs, nous allons appeler coefficient cinétaxique ou KT (initiales des deux mots grecs d'où provient ce terme) le rapport entre les accélérations maximales des ondes *P*, *m* (première phase), *S* et *M* (principale), en donnant à la première la valeur 100, pour éviter les nombres fractionnaires. Les accélératilons maximales de chacune des ondes choisies se calculeront par la formule usuelle : $a = \frac{4\pi^2 A}{T^2}$, en adoptant le système C. G. S. Nous indiquerons entre parenthèses les périodes en secondes des diverses ondes analysées.

Nous donnerons un exemple un peu détaillé d'un graphique dont l'aspect nous a fourni l'idée de ce petit travail. Il s'agit du séismogramme inscrit par notre composante verticale « Belarmino » lors du tremblement de terre du Nicaragua du 5 octobre 1925. Les ondes des deux premières phases et les maximales ont eu les amplitudes et périodes suivantes : $iP = 17{,}5$ (6) ; $m = 37{,}5$ (6) ; $S = 4{,}3$ (9) ; $M = 4{,}6$ (15). Les accélérations maximales sont :

$$\frac{4\pi^2 \times 1{,}75 \times 10^{-3}}{6^2} = 1{,}94 \times 10^{-3}$$

et de même

$$4,15 \times 10^{-3}\,; \qquad 2,11 \times 10^{-4}\,; \qquad 8,15 \times 10^{-5}.$$

En donnant la valeur 100 au premier nombre, le rapport entre les diverses accélérations sera : KT = 100 : 215 : 11 : 4.

Le séismogramme correspondant de la composante E-W, obtenu également avec un instrument du type Galitzine, nous donne : $iP = 5$ (6) ; $m = 8,4$ (6) ; $iS = 19$ (9) ; $M = 7,8$ (15). Donc, après avoir fait les calculs indiqués plus haut : $5,5 \times 10^{-4}$; $9,24 \times 10^{-4}$; $9,55 \times 10^{-4}$; 1.38×10^{-4}, ce qui donne ici 100 : 168 : 174 : 25, — et si nous attribuons la valeur 100 à l'accélération maximale de *iP* (*Z*), — la composante E-W serait représentée par le rapport 28 : 47 : 49 : 7, et le quotient $\frac{E}{Z}$ serait pour *P*, *m*, *S*, *M*, respectivement 0,28-0,22-4,54-1,69.

L'épicentre étant connu d'une manière approximative ainsi que sa distance à Granada, le calcul de l'azimut est bien facile, et si on ajoute la valeur de *iP* (*E*) on a tout ce qu'il faut pour connaître l'amplitude vraie du *P* (*N*) qui, sans doute, pourrait être obtenue plus directement à l'aide du graphique de la composante de l'appareil Berchmans ; mais c'est un instrument à enregistrement mécanique, un pendule inversé dans lequel les deux composantes s'influencent plus ou moins, de sorte qu'il est beaucoup moins approprié pour ce genre de travaux.

Il nous sera bien facile de totaliser les accélérations de chacune de ces phases ; il faudra seulement procéder à de nombreuses lectures et calculs de réduction.

Dans le graphique de la composante verticale, ce tremblement de terre de l'Amérique Centrale nous donne pour la première phase une amplitude moyenne de $7,4 \times 10^{-4}$ pendant 580 secondes, la période des ondes étant 6 secondes, soit $\Sigma(P) = 4,7 \times 10^{-1}$, et de même l'on obtiendrait les sommes correspondant à *S*, *M*, qui pourraient servir non-seulement pour établir d'intéressantes comparaisons, mais aussi pour évaluer le travail produit par le séisme.

Pour les phases S et M le même séismogramme nous a permis de calculer les valeurs approximatives de $9{,}8 \times 10^{-2}$ et de $6{,}6 \times 10^{-2}$. Donc, attribuant la valeur 100 au nombre $4{,}7 \times 10^{-1}$ calculé précédemment comme $\Sigma(P)$, calculons à partir de là le rapport entre les trois valeurs totalisées pendant chacune des trois phases. Appelons-le *EK*, ou coefficient ergotaxique, pour le différencier du précédent ou *KT*, nous aurons ici : EK = 100: 21 : 14.

Dans notre cas, tout au moins, l'ébranlement enregistré par notre composante verticale pendant toutes les préliminaires a été presque neuf fois (8,6) plus fort que ce qui correspond au reste, contenant précisément la phase principale. Ce n'est pas un cas isolé, et cependant, il faut bien l'avouer, la prédominance des P et S bien que réelle ne tranche pas d'une manière évidente ; elle pourrait même s'évanouir dans des cas exceptionnels tels, par exemple, que les tremblements de terre africains de la fin de juin et du commencement de juillet 1924, dans lesquels la période des P était d'une lenteur extrême (15-18 secondes) dans notre premier séismographe à inscription magnéto-photographique, le « Javier », composante E-W.

Nous allons donner ici quelques valeurs de *KT* déduites du dépouillement des graphiques de la composante Z de la station séismologique dont nous avons la charge. Les chiffres qui ont servi de base aux calculs ayant été publiés dans nos divers bulletins qu'il est facile de consulter, nous jugeons inutile de les répéter ici.

24 IX. 25 (trembl. de terre du Molise, Italie)......	100 : x : 3 : 68
5. IV. 26 (Fayal, Açores)........................	100 : 710 : 78 : 1310 (100 : 71 : 560)
1. III 25 (Canada)	100 : 185 : 14 : 11
29 III 25 (Panama, zône du Canal, d'après Fordham)	100 : 291 : x : 0,72
28. VI 25 (Montana, Etats-Unis d'Amérique)	100 : 380 : 2 : 3
29 VI. 25 (Santa Barbara, Californie)	100 : 39 : 7 : 34
18 I 25 (Iles Kouriles)........................	100 : 1130 : 9 : 293
3. V. 25 (Océan Indien	100 : 220 : 6 : 38

Dans les cas étudiés et pris, comme nous l'avons indiqué, presque au hasard, on voit l'importance extrême des ondes de la première phase, au moins pour la composante verticale, toujours dans le cas des téléséismes, pour la transmission de l'agitation séismique. Pour les horizontales la seconde phase acquiert de l'importance, et aussi la troisième, cette dernière grâce aux « *Querwellen* » de M. le Professeur E. Wiechert. Cette importance des avant-coureurs milite fortement en faveur d'une plus grande conductibilité des couches intérieures de la Terre par rapport aux couches plus superficielles, et cela malgré les pertes considérables dues aux réfractions et réflexions des ondes des deux premières phases des séismogrammes.

Les ondes transversales, par leur valeur moindre de EK et même de KT, suivant la notation définie plus haut, semblent indiquer que l'incompressibilité des couches profondes qui composent notre planète est relativement inférieure à leur rigidité, et confirme le caractère d'ondes transversales, bien que mêlées, même fortement, aux ondes longitudinales.

Bien que nous n'ayons pas encore fait une étude complète sur ce sujet il nous a semblé que, lors de l'inscription de la phase principale des séismes, la composante verticale se trouvait maintes fois en retard sur les horizontales. Ce fait semble dû aux ondes Q ou « Wiechert », plus lentes que les ordinaires R ou « Rayleigh » pures.

Peut-être la généralisation de l'usage des coefficients mentionnés, simple essai jusqu'à présent, pourrait-elle aider à la solution de problèmes géophysiques et même géologiques importants. Elle ferait mieux ressortir un fait bien connu de tous les séismologues, à savoir que les graphiques de tremblements de terre d'épicentres voisins et enregistrés par les mêmes instruments, peuvent avoir des aspects tout différents. Ainsi les graphiques des tremblements de terre du Nicaragua, déjà analysés, et ceux de San-Salvador, du 7.IX.1915, n'ont rien de commun : pour ce dernier on trouve KT = 100 : x : 306 : 440 pour une composante ENE-WSW, presque dans l'azimut de son épicentre !

Reçu en mai 1926.

Sur la propagation des ondes séismiques dans le voisinage de l'épicentre

Par O. SOMVILLE

Dans le fascicule n° 3 de la présente série des *Publications du Bureau central séismologique international*, A. Mohorovicic a publié les hodographes de toute une série d'ondes émergeant dans le voisinage de l'épicentre, la profondeur de l'hypocentre ne dépassant pas 57 kilomètres : ondes $\overline{P}$, P_n, $\overline{S}$, $R_i\overline{P}$, $R_i\overline{PS}$, etc...

Les principales de ces tables sont celles qui ont rapport aux ondes $\overline{P}$, *ondes individuelles* (A. Mohorovicic), *ondes préliminaires continues ou uniformes* (E. Rothé) et aux ondes P_n, *ondes normales*.

Le matériel qui a servi au calcul de ces hodographes, comprend un ensemble d'observations recueillies à l'occasion de séismes qui se sont produits dans l'Europe centrale et parmi lesquels, il y a lieu de citer tout particulièrement les tremblements de terre des 8 octobre 1909, 16 novembre 1911 et 20 juillet 1913 dont les hypocentres ont été supposés connus et estimés respectivement à 25, 45 et 57 kilomètres de profondeur.

Le calcul a été poussé jusqu'au dixième de seconde. Mais chacun sait parfaitement que ces tables ne peuvent être exactes qu'à $\pm$ 0,5 seconde.

L'auteur ne s'est pas seulement borné à différencier les diverses espèces d'ondes qui émergent dans le voisinage de l'épicentre et à calculer leurs hodographes, il en a aussi donné une interprétation théorique, basée d'une part sur l'existence d'une surface de discontinuité située à 57 kilomètres de profondeur et d'autre part sur la loi de variation de vitesse des ondes avec la profondeur, exprimée par la relation différentielle

$$\frac{dv}{dr} = - k\frac{v}{r} \qquad (1)$$

v vitesse à la distance r du centre de la terre, k coefficient constant.

Dans le premier fascicule de la série A des *Publications du Bureau central séismologique*, E. Rothé a fait, en langue française, un exposé complet du mémoire de Mohorovicic paru en 1910 [1].

Dans ce mémoire, la détermination de la valeur de k pour la première couche de 57 kilomètres de profondeur est basée sur l'existence d'un *point d'inflexion* dans le tracé de la courbe des temps de parcours des ondes $\overline{P}$. Or, les hodographes de ces mêmes ondes, publiés en 1925, d'après des données sans doute plus complètes, ne laissent plus apparaître de minimum de vitesse apparente le long de la surface, c'est-à-dire de point d'inflexion dans le tracé de la courbe des durées de parcours.

La vérité est que ce point d'inflexion ne pouvait pas être décelé à l'aide des observations dont disposait Mohorovicic. Nous allons, en effet, montrer que pour pouvoir déterminer exactement la distance épicentrale correspondant au minimum de vitesse apparente, il faudrait disposer d'observations ayant une précision que l'on n'a pas recherchée jusqu'ici et que l'on n'est pas près d'atteindre dans l'avenir.

Considérons un ébranlement du sol prenant naissance,

[1] A. Mohorovicic, *Jahrbuch des Meteorologischen Observatoriums in Zagreb für das Jahr* 1909, IV Teil, Abschnitt 1. Das Beben vom 8.X. 1909.

par exemple, à 25 kilomètres de profondeur et supposons le milieu *homogène*. Le tableau ci-dessous donne pour des distances épicentrales uniformément croissantes : *a*) les longueurs des trajectoires rectilignes correspondantes (rayon de la terre : 6370 kilomètres) ; *b*) les différences de longueur de ces trajectoires successives ; *c*) les durées de parcours des ondes dans l'hypothèse d'une vitesse de propagation constante de 5,6 km. par seconde ; on obtiendra les temps de parcours apparents comptés le long de la surface à partir de l'épicentre, en retranchant 4^s, 464 aux durées précédentes ; *d*) les différences de ces temps de parcours réels ou apparents successifs ; *e*) les angles d'impulsion des rayons séismiques.

Tableau I

Angles au centre	(*a*)	(*b*)	(*c*)	(*d*)	(*e*)
	km.	km.	s.	s.	
0°30′	60,852		10,866		65°59′ 35″0
1	113,739	52,887	20,311	9,445	77 48 11,3
1 30	168,301	54,562	30,054	743	82 12 29,6
2	223,311	55,010	39,877	823	84 34 23,3
2 30	278,500	55,189	49,732	855	86 06 03,8
3	333,777	55,277	59,603	871	87 12 21,5
3 30	389,100	55,323	69,482	879	88 04 04,4
4	444,450	55,350	79,366	884	88 46 38,7
4 30	499,8132	55,363	89,2524	886	89 23 06,6
5	555,1825	55,3693	99,1397	8873	89 55 17,6
5 30	610,5527	55,3702	109,0273	8876	90 24 21,5
6	665,9198	55,3671	118,9142	8869	90 51 05,2
6 30	721,281	55,361	128,800	886	91 16 00,8
7	776,633	55,352	138,684	884	91 39 31,5
7 30	831,975	55,342	148,567	883	92 01 54,3
8	887,304	55,329	158,447	880	92 23 21,8
8 30	942,619	55,315	168,325	878	92 44 03,9
9	997,919	55,300	178,200	875	93 04 08,0
9 30	1 053,201	55,282	188,072	872	93 23 40,2
10	1 108,465	55,264	197,940	868	93 42 45,3

Ce tableau montre que, dans le cas simple d'un milieu homogène et d'un hypocentre réduit à un point, le minimum de vitesse apparente le long de la surface ne peut être mis nettement en évidence que si l'on dispose d'observations pour lesquelles le $\frac{1}{1000}$ de seconde serait assuré. Rien ne permet de croire que dans le cas complexe d'un milieu non homogène et d'un hypocentre étendu, ce minimum puisse être décelé à l'aide d'observations moins précises.

Il résulte de ces considérations que la théorie de Mohorovicic demande à être quelque peu remaniée et c'est là ce que nous avons tenté de faire dans ce travail.

Comme point de départ, nous considérerons les hodographes des ondes $\overline{P}$ et P_n récemment publiés par l'auteur et qui semblent donner de bons résultats au point de vue de la pratique, comme étant exclusivement déduits des observations.

Quant à notre interprétation, elle repose, d'une part, sur les deux hypothèses fondamentales de la théorie de Mohorovicic, savoir : l'existence d'une surface de discontinuité à la profondeur de 57 kilomètres, valeur également admise par Gutenberg [1] et la loi de variation des vitesses exprimée par la relation (1) ; d'autre part, sur de nouvelles hypothèses ou plus exactement sur les propriétés de certaines trajectoires particulières.

ONDES $\overline{P}$

Milieu homogène. — Soit H l'hypocentre d'un tremblement de terre (fig. 1) ; É l'épicentre; O le centre de la terre. Supposons d'abord le cas d'un milieu homogène: la vitesse de propagation des ondes est constante et les trajectoires sont rectilignes.

Considérons un rayon séismique HM perpendiculaire à OH ; l'angle I est appelé l'angle d'impulsion du rayon ; on a donc ici $I = 90^\circ$; e est l'angle d'émergence.

(1) B. GUTENBERG. — *Neue Auswertung der Aufzeichnungen der Erdbebenwellen infolge der Explosion von Oppau* (*Physikalische Zeitschrift*, N° 5, 1 März 1925).

On peut démontrer, par des considérations élémentaires de géométrie analytique, que de toutes les couples de droites concourantes se coupant sur une circonférence, l'une de ces droites étant astreinte à passer par le centre O et l'autre par un point intérieur quelconque H, c'est

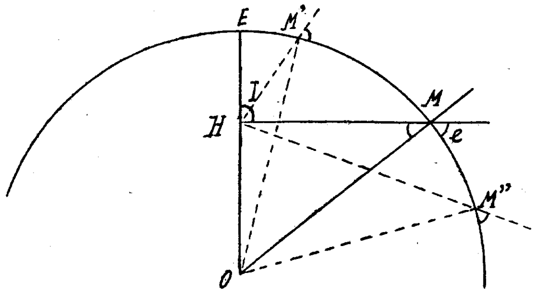


Fig. 1.

la perpendiculaire HM à OH qui fait le plus grand angle avec sa concourante OM. L'angle HMO est donc le plus grand angle qu'un rayon séismique émanant de H puisse faire avec OM, et *e* est le plus petit angle qu'un rayon émanant de H puisse faire avec la tangente à la surface au point d'émergence. Toutes les autres trajectoires, telles que HM', HM'' émergent sous un angle plus grand que *e*. Le tableau qui précède montre que *c'est aussi en M que se produit le minimum de vitesse apparente le long de la surface.*

Milieu non homogène. — Si le milieu n'est pas homogène, mais ne présente pas de surface de discontinuité, c'est-à-dire si les propriétés physiques, en particulier la densité, varient d'une manière continue avec la profondeur, les trajectoires séismiques ne seront plus rectilignes, mais affecteront la forme de *courbes régulières* et ce sera encore le rayon *d'impulsion normale* qui émergera sous l'angle le plus petit. Toute loi hypothétique sur la propagation des vibrations dans ce milieu devra donc contenir implicitement cette condition.

Loi de Mohorovicic — Détermination du coefficient k. — On connaît la relation classique

$$\frac{r}{v}\cos e = a \text{ (constante)} \tag{2}$$

v vitesse en M à la distance r du centre de la terre (fig. 2).

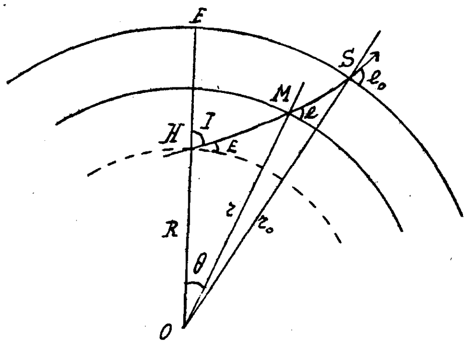


Fig. 2.

On en déduit

$$\frac{R}{V}\cos E = \frac{r_0}{v_0}\cos e_0 = \frac{r}{v}\cos e = a \tag{3}$$

V et v_0 vitesse à l'hypocentre et à la surface de la terre ; R distance de l'hypocentre au centre ; r_0 rayon de la terre (6 370 kilomètres) ; $E = 90^o - I$. Lorsque I est plus grand que 90^o, E doit être considéré comme négatif et affecté du signe (—) ; on a alors $I = 90^o + E$.

Pour $E = o$ ou $I = 90^o$, e_0 et e deviennent minimums. La loi exprimée par la relation (2) satisfait donc à la condition dont nous avons parlé ci-dessus.

Revenons maintenant à la loi de Mohorovicic

$$\frac{dv}{dr} = - k\frac{v}{r} \tag{1}$$

et rappelons-nous que cette relation constitue simplement une commodité qui a été introduite dans les calculs, afin d'arriver à une forme simple pour l'intégrale de dt (voir plus loin la formule 5).

L'intégration donne

$$vr^k = \text{constante.}$$

Cette relation signifie que tout le long d'un *même rayon* séismique, l'expression vr^k conserve toujours la même valeur, v et r étant variables en chaque point et k constant.

Il s'ensuit que

$$VR^k = v_0 r_0^k = vr^k \tag{4}$$

V et R, v_0 et r_0 étant les valeurs de v et de r à l'hypocentre et à la surface. Cette dernière relation a elle-même comme conséquence immédiate que le coefficient k doit être le même pour tous les rayons émanant d'un même foyer ; mais il peut varier avec la profondeur de l'hypocentre. Telle est la signification de la relation différentielle (1), sachant dans quel but elle a été posée.

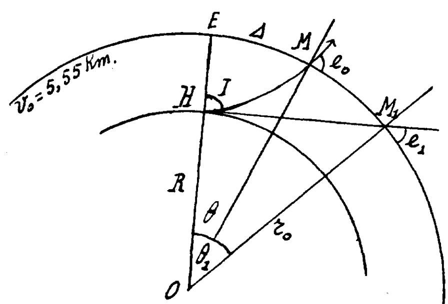


Fig 3.

Nous avons vu que dans un milieu homogène, le rayon d'impulsion normale (I = 90°) émerge à la surface sous un angle minimum. Cet angle d'émergence e_1 est égal à l'angle au centre θ_1 (fig. 3).

En réalité, le milieu n'étant pas homogène, ce rayon, au lieu d'émerger en M_1, émerge en M sous un angle minimum e_0.

Supposons que cette émergence ait lieu à la distance $\Delta = \frac{EM_1}{2}$ *et sous un angle* $e_0 = 2e_1 = 2\theta_1$. Nous montrerons dans la suite que les résultats théoriques auxquels on arrive en partant de ces hypothèses, concordent d'une façon remarquable avec les valeurs tirées des tables de Mohorovicic.

Dans le triangle OHM_1, on a

$$\cos\theta_1 = \frac{R}{r_0}.$$

On peut donc, dans ce cas, déterminer immédiatement, pour une profondeur de foyer donnée, l'angle d'émergence ($e_0 = 2\theta_1$), du rayon d'impulsion normale ; ainsi que le point d'émergence de ce rayon : $\Delta = \frac{\theta_1}{2} \times 111{,}2$ kilomètres.

La vitesse à la surface du sol étant supposée connue ($v_0 = 5{,}55$ km.), la relation (3) permet de calculer immédiatement la vitesse V à l'hypocentre

$$V = \frac{R}{r_0} v_0 \frac{1}{\cos e_0} \qquad (\cos E = 1)$$

De (3) et de (4), on déduit ensuite pour $I = 90°$

$$\cos e_0 = \left(\frac{R}{r_0}\right)^{k+1}$$

formule qui permet de calculer la valeur du coefficient k correspondant à une profondeur de foyer donnée.

On obtient ainsi le tableau suivant où l'on voit que les valeurs de k vont en augmentant avec les profondeurs.

Tableau II

Profondeurs	θ_1	Δ	e_0	V	k
		km.		km.	
0	—	—	—	5,550	(3,000)
5	2°16′ 13″	126,2	4°32′ 26″	563	3,003
10	3 12 39	178,5	6 25 18	576	006
15	3 55 57	218,6	7 51 54	590	009
20	4 32 29	252,5	9 04 58	603	013
25	5 04 40	282,3	10 09 20	616	016
30	5 33 46	309,3	11 07 32	630	019
35	6 00 32	334,1	12 01 04	643	022
40	6 25 27	357,2	12 50 54	657	025
45	6 48 52	378,9	13 37 44	670	029
50	7 11 00	399,4	14 22 00	684	032
55	7 32 04	418,9	15 04 08	698	035
57	7 40 14	426,5	15 20 28	704	037
					3,019

Considérons maintenant un hypocentre situé, par exemple, à 10 kilomètres de profondeur et un rayon séismique HMS dont l'angle d'impulsion I est plus grand que 90° (fig. 4).

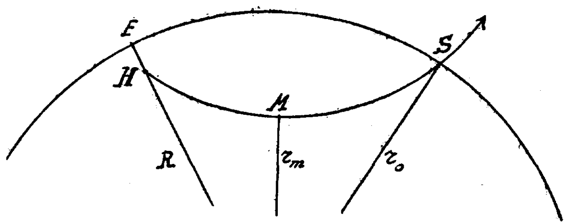


Fig. 4.

Soit M le point le plus bas atteint par la trajectoire et r_m la distance du point M au centre de la terre. On a

$$VR^k = vr_m^k = v_0 r_0^k.$$

Considérons ensuite un hypocentre situé en M et le rayon séismique d'impulsion normale MS issu de ce foyer. On aura

$$V_1 R_1^{k'} = v_0 r_0^{k'}$$
$$k' > k.$$

Or, dans les deux cas, c'est la même espèce d'onde qui se propage de M en S en suivant la même trajectoire ; par conséquent k' ne peut pas être différent de k. On est ainsi amené, afin d'éviter toute contradiction dans l'*application* de la loi de Mohorovicic, à devoir adopter une valeur uniforme pour k dans toute l'épaisseur de la couche de 57 kilomètres.

Le mieux est évidemment d'adopter pour k la valeur moyenne 3,02 du tableau ci-dessus. Cette valeur, comme on le voit, n'est pas très différente de la valeur 3,05 obtenue par Mohorovicic de la manière que l'on sait.

Formules. — Outre la formule (2), il existe encore, entre les différents éléments d'une même trajectoire, les relations connues

$$dt = \frac{rdr}{v\sqrt{r^2 - a^2v^2}} \tag{5}$$

$$d\theta = \frac{avdr}{r\sqrt{r^2 - a^2v^2}} \tag{6}$$

θ angle au centre (fig. 3).

L'intégration de (5) en tenant compte des relations (1), (3) et (4) conduit à l'expression

$$t = \frac{r}{V(k+1)\left(\frac{R}{r}\right)^k}\left[\pm\sqrt{1 - \left(\frac{R}{r}\right)^{2(k+1)}\sin^2 I} - \left(\frac{R}{r}\right)^{k+1}\cos I\right] \tag{7}$$

Cette relation exprime le temps que mettent les vibrations pour se propager, le long de la trajectoire d'impulsion I, entre l'hypocentre et un point situé à la distance r du centre de la terre. Elle est générale et applicable quel que soit l'angle d'impulsion.

Pour $I < 90°$, le radical doit être affecté du signe (+).

Pour $I > 90°$, il doit être affecté du signe (+) lorsque $t > t_m$ et du signe (—) pour $t < t_m$ (t_m temps que mettent les vibrations pour atteindre le point le plus bas de la trajectoire).

Pour $r = r_m$, le radical s'annule (voir formule 16) et $t = \frac{-R}{V(k+1)}\cos I$.

Pour $r = R$, il y a deux solutions : $t = o$ et

$$t = \frac{-2R}{V(k+1)}\cos I \qquad (I > 90°) \tag{8}$$

Pour $I = 90°$, on a

$$t = \frac{r}{V(k+1)\left(\frac{R}{r}\right)^k}\sqrt{1 - \left(\frac{R}{r}\right)^{2(k+1)}}. \tag{9}$$

L'intégration de (6) en tenant compte des relations (3) et (4) conduit aux deux formes suivantes :

$$\theta = \frac{1}{k+1}\left[I - \arcsin\left\{\left(\frac{R}{r}\right)^{k+1} \sin I\right\}\right] \qquad (10)$$

$$\theta = \frac{1}{k+1}\left[E \pm \arccos\left\{\left(\frac{R}{r}\right)^{k+1} \cos E\right\}\right] \qquad (11)$$

Pour $I < 90^\circ$, θ est donné par l'expression (10)

Pour $I > 90^\circ$, θ est donné par l'expression (11) avec le signe (+) au second terme lorsque $\theta > \theta_m$ et avec le signe (—) pour $\theta < \theta_m$ (θ_m étant l'angle au centre correspondant au point le plus bas de la trajectoire).

Pour $r = r_m$, le second terme de (11) s'annule (voir formule 16) et $\theta = \frac{E}{k+1}$.

Pour $r = R$, il y a deux solutions : $\theta = 0$ et

$$\theta = \frac{2E}{k+1} \qquad (12)$$

De (10) et (11), on déduit

$$\left(\frac{R}{r}\right)^{k+1} \sin I = \sin\left[I - (k+1)\theta\right]$$

$$\left(\frac{R}{r}\right)^{k+1} \cos E = \cos\left[E - (k+1)\theta\right] \qquad (13)$$

D'où on tire

$$\operatorname{tg} I = \frac{\sin (k+1)\theta}{\cos (k+1)\theta - \left(\frac{R}{r}\right)^{k+1}} \qquad (14)$$

$$\operatorname{tg} E = \frac{\left(\frac{R}{r}\right)^{k+1} - \cos (k+1)\theta}{\sin (k+1)\theta}. \qquad (15)$$

Ces relations permettent de calculer l'angle d'impulsion du rayon séismique correspondant à une distance épicentrale donnée : la formule (14) lorsque l'on a $I < 90^\circ$ et la formule (15) pour $I > 90^\circ$.

De (13) on déduit encore

$$r^{k+1} = \frac{R^{k+1} \cos E}{\cos\left[E - (k+1)\theta\right]}.$$

Pour $\theta = \frac{E}{k+1}$, r devient minimum (plus grande profondeur atteinte par la trajectoire). On a alors

$$r_m = R(\cos E)^{\frac{1}{k+1}} = R(\sin I)^{\frac{1}{k+1}}. \qquad (16)$$

Durée du trajet hypocentre-épicentre. — La durée moyenne du trajet HE (fig. 3) se déduit immédiatement du tableau II

Hypocentre à 25 km......	vitesse moyenne $= 5^{km},583$	$t = 4^s,5$
» 45 km	» $= 5^{km},610$	$t = 8^s,0$
» 57 km......	» $= 5^{km},630$	$t = 10^s,1$

Rayons d'impulsion normale — Durée du trajet réel et apparent ($\overline{P}$). — En appliquant la formule (9), on trouve successivement (voir aussi le tableau II).

	Δ	t	$\overline{P}$	Th-Mohor.
Hypocentre à 25 km ..	282 km.	$50^s,4 - 4^s,5 =$	$45^s,9$	$-0^s,1$
» 45 km...	379 km.	$1^m07^s,2 - 8^s,0 =$	$59^s,2$	$-0^s,2$
» 57 km ..	426 km.	$1^m15^s,4 - 10^s,1 =$	$1^m05^s,3$	$-0^s,2$

La dernière colonne donne les écarts entre ces durées théoriques et les valeurs correspondantes tirées des hodographes de Mohorovicic. Les quantités extrêmement faibles obtenues montrent que ces hodographes vérifient d'une façon tout à fait remarquable les hypothèses que nous avons énoncées au sujet des rayons d'impulsion normale.

Hodographes théoriques. — En appliquant les formules (14, (15), (7) et (8), nous avons calculé les hodographes théoriques ci-après.

Δ Distances épicentrales ; I angles d'impulsion ; $(r_0\text{-}r_m)$ plus grandes profondeurs atteintes par les rayons séismiques ; e_0 angles d'émergence à la surface ; (Th.-Mohor) écarts entre les valeurs obtenues et les valeurs correspondantes tirées des tables de Mohorovicic.

Table I

Hypocentre à la surface ($r = R$)

Δ	I	$(r_0 - r_m)$	e_0	$\overline{P}$	(Th - Mohor)
50 km.	90°54′14″	0,2 km.	0°54′	9^s0	— 0^s1
100	91 48 27	0,8	1 48	18 0	— 0 1
200	93 36 54	3,2	3 37	36 0	— 0 1
300	95 25 22	7,1	5 25	54 0	0
400	97 13 49	12,6	7 14	1^m11 9	+ 0 1
500	99 02 16	19,8	9 02	1 29 7	+ 0 1
600	100 50 43	28,5	10 51	1 47 4	+ 0 1
700	102 39 10	38,8	12 39	2 05 1	+ 0 4
800	104 27 38	50,8	14 28	2 22 6	—
847	105 18 36	57,0	15 19	2 30 8	—

Table II

Hypocentre à 25 kilomètres de profondeur

Δ	I	$(r_0 - r_m)$	e_0	t	$\overline{P}$	(Th - Mohor)
50 km.	64°17′23″	—	27°31′	10^s0 — 4,5 =	5^s5	0^s0
100	77 44 47	—	15 52	18 4	13 9	0 0
200	86 29 04	—	10 45	36 0	31 5	+ 0 1
300	90 39 47	25,1 km	10 11	53 7	49 2	+ 0 1
400	93 39 55	28,2	10 48	1^m11 4	1^m06 9	+ 0 1
500	96 11 35	34,2	11 53	1 29 1	1 24 6	+ 0 2
600	98 28 58	42,3	13 13	1 46 7	1 42 2	+ 0 4
700	100 38 11	52,3	14 09	2 04 2	1 59 7	—
742	101 30 46	57,0	15 19	2 11 5	2 07 0	—

Table III

Hypocentre à 45 kilomètres de profondeur

Δ	I	$(r_0 - r_m)$	e_0	t	$\overline{P}$	(Th - Mohor)
50 km.	48°48′47″	—	43°00′	12^s0 — 8,0 =	4^s0	+ 0^s1
100	67 30 28	—	26 06	19 5	11 5	+ 0 1
200	80 54 23	—	16 19	36 4	28 4	+ 0 1
300	86 53 10	—	13 58	53 8	45 8	+ 0 2
400	90 49 20	45,2 km.	13 38	1^m11 3	1^m03 3	+ 0 2
500	93 55 08	48,7	14 09	1 28 8	1 20 8	+ 0 3
600	96 35 30	55,4	15 06	1 46 2	1 38 2	—
619	97 04 14	57,0	15 19	1 49 5	1 41 5	—

TABLE IV

Hypocentre à 57 kilomètres de profondeur

Δ	I	$(r_0 - r_m)$	e_0	t	$\overline{P}$	Th - Mohor)
50 km.	42°01′56″	—	49°47′	13s5 — 10,1 =	3s4	0s0
100	62 01 09	—	31 36	20 4	10 3	+ 0,1
200	77 39 32	—	19 34	36 8	26 7	+ 0,1
300	84 38 53	—	16 12	53 9	43 8	+ 0,2
400	89 07 35	—	15 20	1m11 3	1m01 2	—
426,5	90	—	15 19	1 15 4	1 05 3	—

La dernière colonne des différentes tables ci-dessus confirme ce que nous avons déjà dit, que les résultats théoriques auxquels conduisent les hypothèses que nous avons faites sur les trajectoires d'impulsion normale, concordent d'une façon remarquable, quelle que soit la profondeur de l'hypocentre, avec les valeurs correspondantes tirées des hodographes de Mohorovicic. Nous pouvons donc dire que *pour les ondes $\overline{P}$, la propriété des rayons d'impulsion normale d'émerger à la moitié de la distance épicentrale à laquelle ils apparaîtraient si le milieu était homogène, est générale.*

*
* *

Nous allons maintenant montrer que cette propriété n'est nullement incompatible, comme on pourrait le croire à première vue, avec le fait que pour les heures d'arrivée des ondes $\overline{P}$, on peut apparemment admettre le trajet rectiligne et la constance de la vitesse.

Soit H un hypocentre situé à 25 kilomètres de profondeur (fig. 5).

Menons HM_1 perpendiculaire à OHE et soit HmM le rayon *d'impulsion normale* qui, d'après notre hypothèse, émerge à la demi distance de E à M_1. On a : $EM_1 = 564{,}6$ km. ; $EM = 282{,}3$ km. Les angles au centre correspondants ont respectivement pour valeur (voir Tableau II) : $\theta_1 = 5^\circ\, 4'\, 40''$; $\theta = 2^\circ\, 32'\, 20''$.

Menons la droite HM et soit Hm_1M$_1$ le rayon séismique qui émerge en M$_1$. L'angle EHM vaut 86° 11′ 56″ ; soit donc une différence de 3° 48′ 4″ avec l'angle d'impulsion du rayon HmM qui vaut 90°.

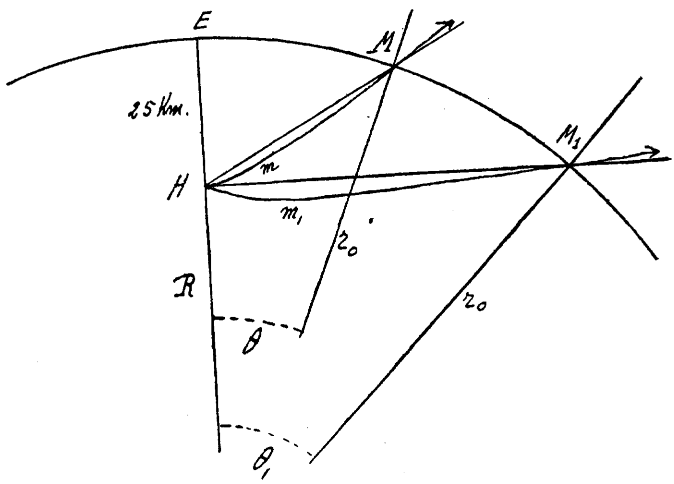


Fig. 5.

Calculons l'angle d'impulsion du rayon Hm_1M$_1$; on a d'après la formule (15)

$$\operatorname{tg} E = \frac{\left(\frac{6\,345}{6\,370}\right)^{4{,}02} - \cos 20^\circ 24' 45''}{\sin 20^\circ 24' 45''}$$

D'où E = 7° 41′ 34″ et I = 97° 41′ 34″. Soit une différence de 7° 41′ 34″ avec l'angle EHM$_1$ qui vaut 90°.

Calculons maintenant le temps de parcours du rayon HmM ; la formule (9) donne

$$t = \frac{6\,370}{5{,}616 \times 4{,}02 \left(\frac{6\,345}{6\,370}\right)^{3{,}02}} \sqrt{1 - \left(\frac{6\,345}{6\,370}\right)^{8{,}04}} = 50^s{,}4.$$

Calculons ensuite la longueur de la trajectoire rectiligne HM ; on trouve HM = 282,8 km. En admettant comme vitesse constante de propagation la vitesse moyenne 5,63 km./sec. du tableau II, on obtient pour le temps de parcours en ligne droite : $\frac{282,8}{5,63} = 50^{s}2$.

Les temps de parcours suivant HM et HmM sont donc très peu différents. Ce qui prouve que la courbe HmM s'écarte relativement peu de la droite HM comparativement à l'espace parcouru.

Considérons de même la trajectoire rectiligne HM_1 et la trajectoire théorique Hm_1M_1 qui ont respectivement pour angle d'impulsion 90° et 97° 41′ 34″. On a pour la durée du trajet Hm_1M_1

$$t = \frac{6\,370}{5,616 \times 4,02\left(\frac{6\,345}{6\,370}\right)^{3,02}}\left[\sqrt{1 - \left(\frac{6\,345}{6\,370}\right)^{8,04}\sin^2 97°41'34''} - \left(\frac{6\,345}{6\,370}\right)^{4,02}\cos 97°41'34''\right]$$

d'où $t = 1^{m}40^{s},5$. Plus grande profondeur atteinte : 39 kilomètres (formule 16). On a ensuite pour la longueur de la trajectoire rectiligne HM_1

$$HM_1 = r_0 \sin 5°4'40'' = 563^{km},8.$$

Temps de parcours : $\frac{563,8}{5,63} = 1^{m}40^{s},1$.

L'écartement maximum entre les deux trajectoires est approximativement de 39-25 = 14 kilomètres, ou $\frac{1}{40}$ de la distance parcourue.

Pour un hypocentre situé à 5 kilomètres de profondeur, on obtient les valeurs suivantes :

Trajet HM	$= 126^{km},25$; temps de parcours	: $22^{s},4$
Trajet HmM	; »	: $22^{s},6$.

ONDES P_n

Les ondes $\overline{P}$ et P_n sont des ondes longitudinales. Mais tandis que les ondes $\overline{P}$ arrivent directement à la surface en se propageant exclusivement dans la première couche de 57 kilomètres d'épaisseur et, par conséquent, ne sont observables que dans le voisinage de l'épicentre, les ondes P_n, au contraire, pénètrent dans les couches sous-jacentes et n'arrivent à la surface qu'après avoir subi de multiples réfractions ; elles ne sont observables qu'à partir d'une certaine distance de l'épicentre.

Comme vitesse de propagation des ondes longitudinales à la surface de la terre, nous avons adopté la valeur 5,55 km. ; à 57 kilomètres de profondeur, c'est-à-dire au voisinage de la surface de discontinuité, cette vitesse serait de 5,704 km. (voir tableau II). A la surface de la seconde couche, Mohorovicic admet comme vitesse $v'_0 =$ 7,747 km. ; d'après Gutenberg [1], cette vitesse serait comprise entre les limites $8{,}0 \pm 0{,}2$ km. Nous avons adopté la valeur 7, 88 km. par seconde.

L'accroissement de la densité par unité de profondeur étant plus faible dans la seconde couche que dans la première, les courbures des rayons séismiques seront moins prononcées dans cette couche que dans la couche supérieure. Le rayon d'impulsion normale H'M' (fig. 6) émergera donc au-delà de la demi-distance de E' à M'_1. *Supposons que cette émergence ait lieu à la distance* $\Delta' = \frac{3}{4}$ E'M_1, *et sous l'angle minimum* $e'_0 = \frac{4}{3} e_{,,} = \frac{4}{3} \theta'_1$.

[1] B. Gutenberg, *loc. cit.* ; S. Mohorovicic, *Die reduzierte Laufzeitkurve und die Abhängigkeit der Herdtiefe eines Bebens von der Entfernung des Inflexionspunktes der primären Laufzeitkurve.* I. *Mitt. Die Ausbreitung der Erdbebenstrahlen in den obersten Schichten der Erde* Gerlands Beitr. z. Geophysik, 13, 217-240 ; 1914. II *Mitt.*, 14, 187-198 ; 1916).

Comme précédemment, on a dans le triangle $OH'M_1'$,

$$\cos \theta_1' = \frac{R'}{r_0'}.$$

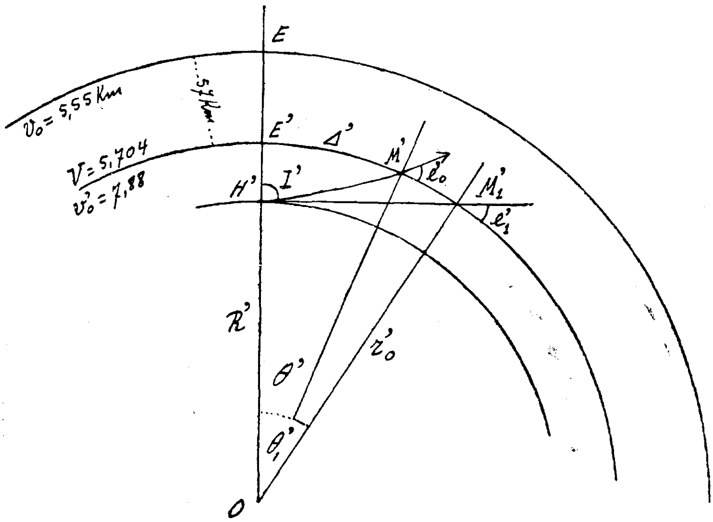


Fig. 6.

Connaissant la vitesse $v'_0 = 7{,}88$ km. à la surface de la seconde couche, on peut calculer la vitesse à l'hypocentre par la formule.

$$V' = \frac{R'}{r_0'} v_0' \frac{1}{\cos e_0'}.$$

Si nous appliquons la loi de Mohorovicic à cette seconde couche, le coefficient k sera donné par la relation

$$\cos e_0' = \left(\frac{R'}{r_0'}\right)^{k+1}.$$

On obtient ainsi le tableau suivant.

Seconde couche

Profondeurs	θ_1'	e_0'	V'	k
0 (57) km.	—	—	7,880 km.	—
5 (62)	2°16′49″	3°02′52″	885	0,778
10 (67)	3 13 31	4 18 01	890	778
20 (77)	4 33 43	6 04 57	900	779
30 (87)	5 35 16	7 27 01	909	780
40 (97)	6 27 12	8 36 16	919	781
60 (117)	7 54 21	10 32 28	939	782
80 (137)	9 07 52	12 10 29	959	784
				0,780

Calcul de Δ *et de t.* — L'hypocentre H (fig. 7) étant supposé à une profondeur de 25 kilomètres, nous allons

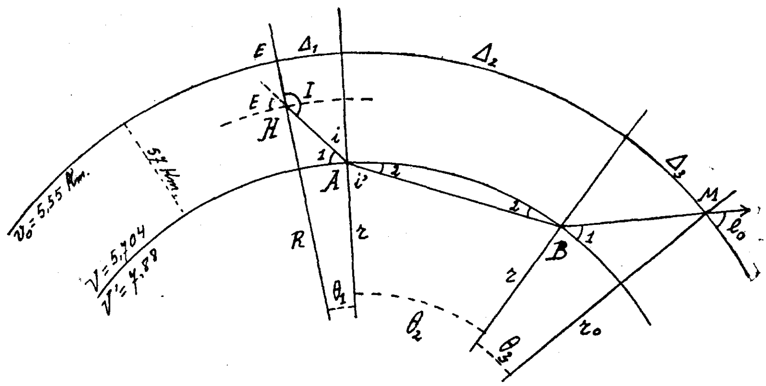


Fig. 7.

calculer, à titre d'exemple, la durée de parcours du rayon HABM. Ce trajet est formé de trois parties : HA, AB et BM correspondant aux angles au centre θ_1, θ_2 et θ_3.

A la surface de séparation des deux couches, on a :

$$\frac{V}{V'} = \frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{\cos A_1}{\cos A_2}.$$

Posons dans cette relation $A_2 = o$ et cherchons la valeur correspondante de A_1, on a :

$$\cos A_1 = \frac{V}{V'} = \frac{5{,}704}{7{,}88},$$

D'où

$$A_1 = 43^o37'34''.$$

C'est *l'angle limite* ; c'est-à-dire que A_1 doit être supérieur à cette valeur pour que le rayon HA ne subisse pas la réflexion totale, mais pénètre dans la couche inférieure.

D'après le principe du retour inverse des rayons, A_1 et E sont les angles d'émergence du rayon AH. Nous pouvons donc écrire :

$$\frac{R}{V} \cos E = \frac{r}{v} \cos A_1$$

et

$$VR^k = vr^k.$$

On en déduit

$$\sin I = \left(\frac{r}{R}\right)^{k+1} \cos A_1 \qquad (I = 90^o + E).$$

Cette relation permet de calculer l'angle d'impulsion correspondant à l'angle limite. On a

$$\sin I = \left(\frac{6\,313}{6\,345}\right)^{4{,}02} \cos 43^o37'34'',$$

d'où :

$$I = 134^o49'21''.$$

L'angle d'impulsion du rayon HA devra donc être supérieur à $134^o49'21''$ pour que celui-ci pénètre dans la couche inférieure.

Prenons, par exemple, $I = 135^o40'$ ($E = I\text{-}90^o = 45^o40'$). On a

$$\cos A_1 = \left(\frac{R}{r}\right)^{k+1} \sin I, \qquad \cos A_2 = \frac{V'}{V} \cos A_1,$$

$$\cos A_1 = \left(\frac{6\,345}{6\,313}\right)^{4{,}02} \cos 45^o40', \qquad \cos A_2 = \frac{7.88}{5{,}704} \cos 44^o30'21'',$$

$$A_1 = B_1 = 44^o30'21'', \qquad A_2 = B_2 = 9^o51'11''.$$

En appliquant respectivement les formules (11), (12) et (10), on obtient ensuite :

$$\theta_1 = \frac{1}{4{,}02}\left[45^\circ 40' - \text{arc cos}\left\{\left(\frac{6\,345}{6\,313}\right)^{4{,}02}\cos 45^\circ 40'\right\}\right] = 0^\circ{,}2888,$$

$$\theta_2 = \frac{1}{1{,}78}[2 \times 9^\circ 51' 11''] = 11^\circ{,}0708,$$

$$\theta_3 = \frac{1}{4{,}02}\left[45^\circ 29' 39'' - \text{arc sin}\left\{\left(\frac{6\,313}{6\,370}\right)^{4{,}02}\sin 45^\circ 29' 39''\right\}\right] = 0^\circ{,}5055.$$

D'où :

$$\Delta_1 = 0{,}2888 \times 111{,}2 = 32^{km}{,}1,$$
$$\Delta_2 = 11{,}0708 \times 111{,}2 = 1231^{km}{,}1,$$
$$\Delta_3 = 0{,}5055 \times 111{,}2 = 56^{km}{,}2.$$

Pour les durées de trajet HA, AB et BM, on trouve respectivement en appliquant les formules (7) et (8)

$$t_1 = \frac{6\,313}{5{,}616 \times 4{,}02\left(\frac{6\,345}{6\,313}\right)^{3{,}02}}\left[-\sqrt{1 - \left(\frac{6\,345}{6\,313}\right)^{8{,}04}\sin^2 135^\circ 40'} - \left(\frac{6\,345}{6\,313}\right)^{4{,}02}\cos 135^\circ 40'\right] = 8^s{,}0,$$

$$t_2 = \frac{-2 \times 6\,313}{7{,}88 \times 1{,}78}\cos 99^\circ 51' 11'' = 154^s{,}0,$$

$$t_3 = \frac{6\,370}{5{,}704 \times 4\,02\left(\frac{6\,313}{6\,370}\right)^{3{,}02}}\left[+\sqrt{1 - \left(\frac{6\,313}{6\,370}\right)^{8{,}04}\sin^2 45^\circ 29' 39''} - \left(\frac{6\,313}{6\,370}\right)^{4{,}02}\cos 45^\circ 29' 39''\right] = 14^s{,}2.$$

On obtient finalement

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = 1\,319 \text{ km}.$$
$$t = t_1 + t_2 + t_3 = 2^m 56^s{,}2$$
$$\text{trajet HE} = 4^s{,}5$$
$$P_n = 2^m 51^s{,}7 \quad \text{(voir table VI)}$$

Hodographes théoriques. — Les hodographes ci-après ont été calculés comme il est expliqué ci-dessus.

I angles d'impulsion ; Δ distances épicentrales ;

$(r_0\text{-}r_m)$ plus grandes profondeurs atteintes par les trajectoires ; e_0 angles d'émergence à la surface ; (Th-Mohor) écarts entre les valeurs obtenues et les valeurs correspondantes tirées des tables de A. Mohorovicic.

TABLE V

Hypocentre à la surface

I	Δ	$(r_0 - r_m)$	e_0	P_n	(Th − Mohor)
135°44'	274 km.	57,9 km.	45°44'	0m48s7	0s0
46	409	60,0	46	1 05 7	— 0 1
48	500	62,1	48	1 17 1	— 0 2
51	605	65,3	51	1 30 2	— 0 4
54	691	68,5	54	1 41 0	— 0 5
57	766	73,0	57	1 50 4	— 0 5
136 00	833	74,9	46 00	1 58 8	— 0 5
05	933	80,2	05	2 11 3	— 0 5
10	1 022	85,5	10	2 22 4	— 0 5
20	1 178	96,2	20	2 41 9	— 0 5
30	1 314	107,0	30	2 58 8	— 0 5
40	1 437	117,8	40	3 14 0	— 0 3
50	1 550	128,7	50	3 27 9	+ 0 1

TABLE VI

Hypocentre à 25 kilomètres de profondeur

I	Δ	$(r_0 - r_m)$	e_0	t	P_n	(Th - Mohor)
	km.	km.				
134°50'	230	57,7	45°44'	39s,9 — 4,5 =	35s,4	+ 1s,0
52	371	59,7	46	57,7	53,2	+ 0,9
54	462	61,8	48	1m09,1	1m04,6	+ 0,7
57	567	64,9	51	1 22,3	1 17,8	+ 0,6
135 00	653	67,9	54	1 33,1	1 28,6	+ 0,5
03	727	71,0	56	1 42,4	1 37,9	+ 0,4
07	814	75,2	46 00	1 53,3	1 4[illegible],8	+ 0,3
11	892	79,3	04	2 03,1	1 58,6	+ 0,3
15	964	83,4	08	2 12,0	2 07,5	+ 0,1
20	1 045	88,6	13	2 22,1	2 17,6	+ 0,1
25	1 120	93,8	18	2 31,5	2 27,0	+ 0,1
30	1 190	99,0	23	2 40,2	2 35,7	0,0
35	1 257	104,3	27	2 48,5	2 44,0	+ 0,1
40	1 319	109,5	32	2 56,2	2 51,7	+ 0,1
50	1 436	120,0	42	3 10,7	3 06,2	+ 0,2
136 00	1 544	130,5	52	3 24,0	3 19,5	+ 0,6

TABLE VII

Hypocentre à 45 kilomètres de profondeur

I	Δ	$(r_0 - r_m)$	e_0	t	P_n	(Th - Mohor)
	km.	km.				
134°06′	250	58,1	45°44′	$40^s,0 - 8,0 =$	$32^s,0$	$+ 1^s,0$
07	318	59,1	45	48,6	40,6	+ 0,9
09	415	61,1	47	$1^m00,8$	52,8	+ 0,8
12	524	64,1	50	1 14,4	$1^m06,4$	+ 0,5
15	611	67,1	53	1 25,4	1 17,4	+ 0,5
18	686	70,1	56	1 34,8	1 26,8	+ 0,4
21	753	73,2	58	1 43,2	1 35,2	+ 0,3
24	814	76,2	46,01	1 50,8	1 42,8	+ 0,2
27	871	79,2	04	1 57,9	1 49,9	+ 0,1
30	923	82,2	07	2 04,4	1 56,4	+ 0,1
35	1 005	87,3	12	2 14,6	2 06,6	0,0
40	1 079	92,4	16	2 23,9	2 15,9	0,0
45	1 149	97,4	21	2 32,6	2 24,6	0,0
50	1 215	102,5	26	2 40,8	2 32,8	— 0,1
135 00	1 337	112,7	35	2 55,8	2 47,8	— 0,1
10	1 448	123,0	45	3 09,6	3 01,6	0,0
20	1 551	133,3	54	3 22,3	3 14,3	+ 0,5

TABLE VIII

Hypocentre à 57 kilomètres de profondeur

I	Δ	$(r_0 - r_m)$	e_0	t	P_n	(Th - Mohor)
	km.	km.				
133°38′	169	57,4	45°44′	$28^s,4 - 10,1 =$	$18^s,3$	$+ 1^s,2$
40	321	59,4	45	47,5	37,4	+ 1,0
42	413	61,4	47	59,0	48,9	+ 0,7
45	518	64,3	50	$1^m12,2$	$1^m02,1$	+ 0,6
48	603	67,3	53	1 22,8	1 12,7	+ 0,4
51	676	70,2	56	1 32,0	1 21,9	+ 0,4
55	762	74,2	59	1 42,9	1 32,8	+ 0,3
134 00	857	79,2	46 04	1 54,7	1 44,6	+ 0,2
05	942	84,1	09	2 05,4	1 55,3	+ 0,1
10	1 020	89,1	13	2 15,0	2 04,9	0,0
20	1 159	97,7	23	2 32,4	2 22,3	0,0
30	1 283	109,1	32	2 47,7	2 37,6	— 0,1
40	1 396	118,8	41	3 01,7	2 51,6	0,0
50	1 501	129,3	51	3 14,6	3 04,5	+ 0,2

Quant aux hodographes des ondes $\overline{S}$ et des diverses réfléchies $R_i\overline{P}$,....$R_i\overline{S}$....., les unes se déduisent directement des $\overline{P}$, tandis que les autres se calculent aisément à l'aide des formules que nous avons exposées.

CONCLUSIONS

La comparaison de nos hodographes théoriques avec ceux de Mohorovicic montre que les hypothèses que nous avons émises au sujet des rayons séismiques d'impulsion normale, sont vérifiées. La connaissance des propriétés de ces rayons, pour les deux premières couches superficielles du sol, l'une de 57 kilomètres de profondeur et l'autre de 80 kilomètres environ, conduit ainsi à une interprétation remarquable des résultats des observations recueillies par Mohorovicic.

Y a -t-il lieu maintenant de calculer de nouvelles tables, ou simplement d'apporter certaines corrections aux tables existantes ? Il serait superflu, pensons-nous, de le faire ; car, au point de vue de la pratique, il n'en résulterait aucun avantage appréciable, à cause précisément des faibles écarts qu'il y a entre les deux séries d'hodographes comparativement aux erreurs d'observations courantes.

Signalons en terminant que les écarts dont il vient d'être question, augmentent rapidement lorsque les rayons séismiques qui pénètrent dans le seconde couche, atteignent des profondeurs dépassant au total 140 kilomètres environ. Indice sans doute de l'existence d'une nouvelle surface de discontinuité vers cette profondeur. Le signe ou le sens des écarts confirme cette conception.

Reçu en avril 1927.

Contribution à l'étude des propriétés élastiques de l'élinvar

Son utilisation dans les séismographes

Par M^lle Y. DAMMANN

Assistante à la Faculté des Sciences de Strasbourg

Le séismographe vertical de Galitzine (6) à ressort d'acier présente l'inconvénient de se dérégler sous l'influence de faibles variations de température. M. Rothé a tenté de remédier à ce défaut en substituant à l'acier un métal à faible coefficient thermo-élastique et, sur les indications de M. Ch.-Ed. Guillaume, directeur du bureau international des poids et mesures, il a fait exécuter par la société Commentry-Fourchambault et Decazeville un ressort en « élinvar », alliage de fer, de nickel et de chrome.

Sur le conseil de M. Rothé, j'ai entrepris l'étude des propriétés élastiques de ce ressort, la comparaison de l'élinvar et de l'acier et je me suis proposé d'examiner en détail les avantages que pourrait présenter cette substitution.

J'indiquerai d'abord quelques résultats relatifs aux ferronickels en général.

RAPPEL DES PROPRIÉTÉS DES FERRONICKELS

Depuis les premières expériences de J. Hopkinson (1889) (14), de J.-R. Benoît (1895) et de M. Ch.-Ed. Guillaume

(1896) (8), au cours desquelles furent découvertes les deux anomalies remarquables affectant l'état magnétique et la dilatabilité des ferronickels, ces alliages ont fait l'objet de recherches approfondies : l'étude des propriétés magnétiques est due principalement à MM. F. Osmond (16), L. Dumas (5), P. Weiss (19), G. Foëx (19), H. Nagaoka (15), K. Honda (15) et M. Peschard (17) ; celle de la dilatabilité et des propriétés élastiques à MM. Ch.-Ed. Guillaume (8-13) et P. Chevenard (2-4).

On sait qu'il existe différents états allotropiques du fer caractérisés par des formes cristallines différentes : le passage, à 920°, de l'état α stable à froid à l'état γ stable à chaud est accompagné d'un changement brusque affectant toutes les propriétés du métal ; il est presque réversible.

La même transformation allotropique s'observe dans les alliages de fer et de nickel mais elle est irréversible ; la température de transformation par refroidissement s'abaisse rapidement quand la teneur en nickel augmente et devient inférieure à la température ordinaire à partir de 26 % de nickel. Les alliages à l'état stable à froid sont encore appelés aciers au nickel ou alliages irréversibles tandis que le nom de ferronickels est plutôt réservé aux alliages à l'état stable à chaud ou réversibles. Ces deux groupes possèdent des propriétés physiques et mécaniques très différentes : la distinction des alliages en irréversibles et en réversibles est justifiée par leurs propriétés magnétiques, leur dilatabilité et leur élasticité.

Je ne m'occuperai ici que des travaux concernant la dilatation et l'élasticité.

Dilatabilité. *L'invar.* — La dilatabilité vraie à la température θ, $\frac{1}{l_0}\frac{dl_\theta}{d\theta}$ (l_0 étant une dimension linéaire à 0°) des ferronickels ne varie pas avec la composition de l'alliage suivant la simple règle des mélanges. La courbe (fig. 1) qui la représente en fonction de la teneur en nickel présente un minimum très accusé. Pour les ferronickels types, c'est-à-dire contenant 0,4 % de manganèse et 0,1 % de carbone, les coordonnées du minimum sont, à 20°, Ni = 35,6 %, $\frac{1}{l_0}\frac{dl_\theta}{d\theta} = 1{,}19.10^{-6}$; l'alliage correspondant à cette proportion de nickel s'appelle l'*invar* (8, 12).

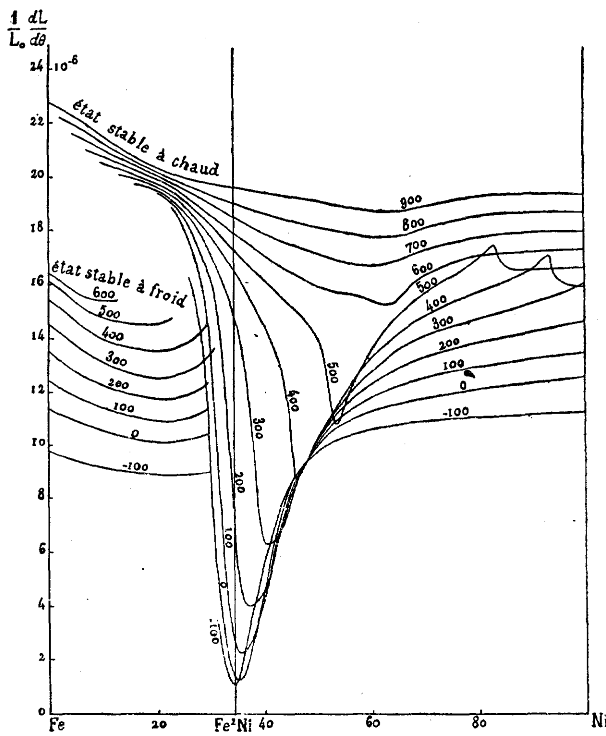


Fig. 1. — **Isothermes de la dilatabilité dans les ferronickels purs, d'après P. Chevenard.**

Toute addition à cet alliage d'un nouveau composant accroît la dilatabilité tandis qu'une diminution des quantités de manganèse et de carbone au-dessous des valeurs-types l'abaisse : en dehors de tout traitement particulier, on a pu réaliser des coulées d'invar pour lesquelles la dilatabilité vraie était de $0{,}5.10^{-6}$ environ(12).

De plus, les traitements thermiques ou mécaniques modifient la dilatabilité : le recuit l'augmente ; la trempe, l'écrouissage, le forgeage, le laminage et l'étirage l'abaissent. On peut ainsi obtenir une dilatabilité négative et, par une série de traitements appropriés, réaliser des alliages rigoureusement indilatables (8).

Les mesures très précises qui ont conduit à la découverte de l'invar ont été faites à l'aide du comparateur du Pavillon de Breteuil à des températures comprises entre 0 et 40° ; mais en dehors de ces limites, M. Guillaume a pu prévoir la variation de la dilatabilité en fonction de la température par l'application de sa règle des états correspondants (12). Ses résultats ont été confirmés et précisés par les expériences de M. P. Chevenard exécutées entre — 100° et + 900°.

Les isothermes tracées par cet auteur (fig. 1) sont formées de deux tronçons dont l'un est relatif aux aciers au nickel et l'autre aux ferronickels. Pour ces derniers, l'ordonnée du minimum de dilatabilité varie peu dans l'intervalle des températures comprises entre — 100° et + 100° ; elle croît ensuite rapidement lorsque la température augmente, en même temps le minimum se déplace vers les teneurs plus grandes en nickel. Aux très basses températures, l'abscisse du minimum correspond à Fe^2Ni ; M. P. Chevenard attribue l'anomalie de dilatation à une propriété spécifique de ce composé (2, 4).

L'addition de métaux ou de métalloïdes confère aux ferronickels des propriétés particulières : le chrome et le carbone élèvent la limite d'élasticité, le manganèse facilite le moulage. Ces additions ont pour effet de déplacer le minimum de dilatabilité (vers les teneurs plus faibles en nickel pour le carbone et le cuivre, vers les plus grandes pour le chrome et le manganèse) et de diminuer l'anomalie (fig. 2) (2, 4, 8).

Les ferronickels subissent des déformations passagères ou progressives. Le graphique des instabilités en fonction des teneurs en carbone montre que ce dernier est la cause de l'instabilité ; il forme en effet avec le fer un composé, la cémentite, qui peut exister sous deux états et qui passe graduellement de l'un à l'autre. On obtient un invar stable par l'élimination aussi complète que possible du carbone et par l'addition de chrome qui se combine au

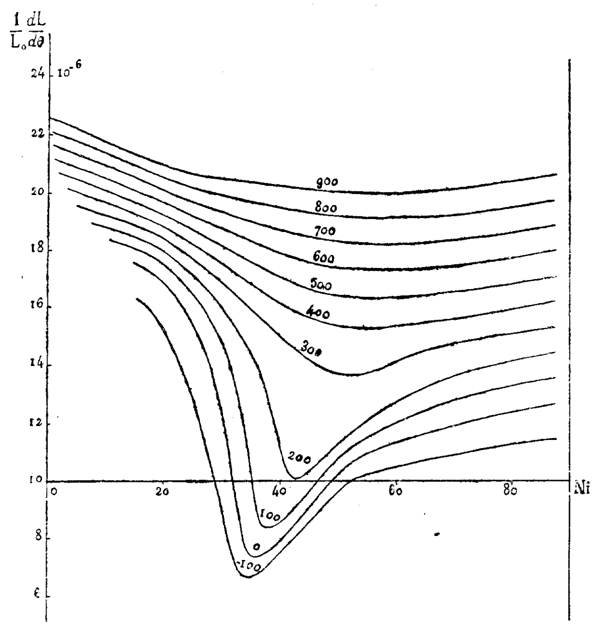


Fig. 2. — **Isothermes de la dilatabilité dans les ferronickels additionnés de 10 % de Cr, d'après P. Chevenard.**

résidu de carbone. La dilatabilité de l'alliage, diminuée par l'élimination partielle du carbone et augmentée par la présence du chrome, n'est plus nulle mais reste inférieure au millionième (8, 12).

Elasticité. — *Module de Coulomb.* Le module de Coulomb des alliages de fer et de nickel est représenté en fonction de la teneur en nickel par une courbe comprenant deux tronçons qui correspondent respectivement à l'état stable à froid et à l'état stable à chaud. Le deuxième présente un minimum vers 35-40 °/₀ de nickel dont la valeur est d'environ 5400.10⁸. Des additions croissantes de chrome diminuent de plus en plus cette anomalie qui n'est presque plus sensible dans les alliages à 15 °/₀ de chrome ; la valeur minimum du module est alors d'environ 7500.10⁸ (4).

Coefficient thermo-élastique. L'élinvar. — A 0°, la courbe (fig. 3) du coefficient thermo-élastique des ferro-

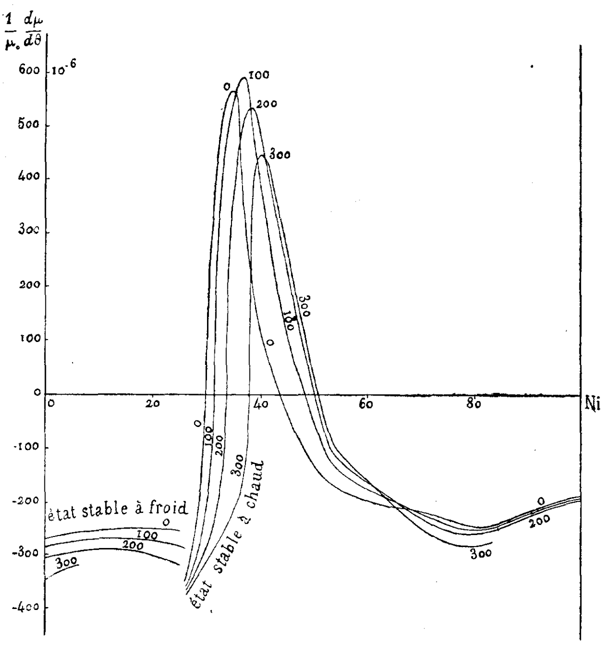


Fig 3. — Isothermes du coefficient thermo-élastique dans les ferronickels purs, d'après P. Chevenard.

nickels en fonction de la teneur de l'alliage en nickel présente un maximum positif qui coïncide avec le minimum de dilatabilité ; elle coupe l'axe en deux points correspondant à deux alliages qui contiennent respectivement 29,5 % et 45 % de nickel ; le coefficient thermo-élastique des deux alliages est donc nul à cette température (8, 12).

Ainsi que les courbes de dilatabilité, les isothermes (fig. 3) relatives au coefficient thermo-élastique entre

0 et 300° comprennent deux parties qui se rapportent respectivement aux aciers au nickel et aux ferronickels. A mesure que la température s'élève, le maximum du coefficient thermo-élastique de ces derniers se déplace vers les hautes teneurs en nickel ; son ordonnée varie peu entre 0 et 150° et diminue ensuite (2,4).

L'addition de chrome ou d'autres métaux ou métalloïdes (tungstène, carbone) diminue la valeur du maximum qui se déplace vers les plus grandes teneurs en nickel (fig. 4) ; on peut, par des additions convenables, abaisser le maxi-

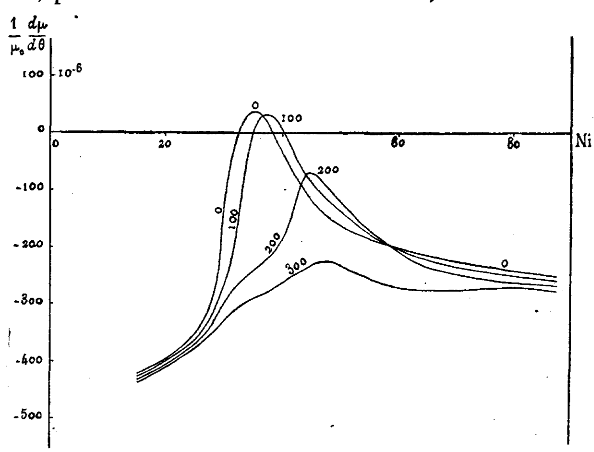


Fig. 4. — Isothermes du coefficient thermo-élastique dans les ferronickels additionnés de 10 % de Cr, d'après P. Chevenard.

mum jusqu'à zéro. Les deux points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses se confondent alors. L'alliage réalisé, appelé élinvar, contient environ 12 % de chrome ; son coefficient thermo-élastique est sensiblement nul dans un large intervalle de température (2, 4, 8, 12).

L'action du chrome sur l'anomalie des ferronickels peut être expliquée par la formation du composé Ni^2Cr^3 dont l'existence paraît probable et qui agirait comme diluant (4).

Composition de l'élinvar. — L'alliage à 34 % de nickel et 12 % de chrome possède un module d'élasticité invariable entre — 100° et + 100°, mais en pratique cette composition est un peu modifiée afin de communiquer à l'alliage certaines propriétés ; on cherche en particulier à diminuer son frottement interne et à relever sa limite d'élasticité. On remplace pour cela les 12 % de chrome par des quantités convenables de carbone, chrome, manganèse, tungstène dont l'ensemble produit un effet équivalent sur l'anomalie thermo-élastique (4).

Le ressort en élinvar fourni à l'institut de physique du globe de Strasbourg par la société Commentry-Fourchambault et Decazeville provient de la coulée n° 0418 dont l'analyse effectuée aux aciéries d'Imphy a indiqué la composition suivante : Fe = 52,27 ; Ni = 35,20 ; Cr = 8,05 ; Mn = 2,03 ; W = 1,59 ; C = 0,70 ; Si = 0,16 [1].

Constantes physiques de l'élinvar. — Les valeurs ci-dessous des constantes physiques de l'élinvar résultent des déterminations faites par la société Commentry-Fourchambault et Decazeville qui a bien voulu me les communiquer.

Densité		8,14 à 8,16
Dilatabilité vraie à 15°		6 à $6,5 \cdot 10^{-6}$
Module de Coulomb à 15°		6 700 à 7 100 kg/mm²
Module d'Young à 15°		18 000 à 19 000 kg/mm²
Coefficient thermo-élastique (torsion et traction		-50 à $+50 \cdot 10^{-6}$
Propriétés mécaniques.		
Limites d'élasticité	à l'état écroui	95 à 105 kg/mm²
	à l'état recuit ou trempé à 900°	42 à 44 kg/mm²
Charge de rupture	à l'état écroui	100 à 110 kg/mm²
	à l'état recuit ou trempé à 900°	67 à 72 kg/mm²

Traitement. « Le métal est adouci par trempe ou recuit et ne peut être durci que par écrouissage.

La température maxima du recuit complet est de 800°.

Un écrouissage suivi d'un recuit de faible durée à 600-650° réalise une limite d'élasticité élevée tout en annulant presque totalement la réactivité ».

[1] La fabrication de l'alliage Elinvar est protégée par un brevet en date du 19 décembre 1917 et par un certificat d'addition en date du 26 février 1920, délivrés à la Société anonyme de Commentry-Fourchambault et Decazeville.

PREMIÈRE PARTIE

ÉTUDE COMPARATIVE DES PROPRIÉTÉS ÉLASTIQUES D'UN RESSORT D'ACIER ET D'UN RESSORT D'ÉLINVAR

---

1. **Dimensions.** — Il a fallu donner au ressort en élinvar des dimensions différentes de celles du ressort d'acier pour tenir compte des valeurs différentes des modules de Coulomb relatifs à ces deux métaux.

Ces dimensions ont été calculées de manière à satisfaire aux conditions suivantes :

a) Même longueur totale h_0 des deux ressorts sous charge nulle (c'est-à-dire même longueur nh_1 du boudin si les boucles terminales sont égales ; $nh_1 = 2\ nr$).

b) Même allongement moyen par unité de charge $\dfrac{\Delta h}{\Delta m}$;

$$\Delta h = \frac{4gnR^3}{r^4\mu}\,\Delta m. \qquad (1)$$

c) Valeur convenable de la fatigue ($F \leqslant 25$ kg/mm²) ;

$$F = \frac{2Rg}{\pi r^3}\,m. \qquad (2)$$

(Les notations sont expliquées dans le tableau ci-dessous).

La valeur du module de Coulomb μ étant plus petite pour l'élinvar que pour l'acier, on a choisi pour le fil d'élinvar un diamètre un peu supérieur à celui du fil d'acier (0,7 cm. au lieu de 0,6 cm.) et, d'après la condition *a*), on a fixé le nombre des spires à 13 au lieu de 15. Le diamètre 2R a été déduit de la formule (1) et on s'est assuré que la condition *c*) était réalisée.

En fait, la condition *a*) n'a pas été observée : le ressort fourni par la société Commentry-Fourchambault et Decazeville est plus long que l'ancien d'environ 3 centimètres parce que ses spires ne sont pas exactement jointives et que les boucles terminales sont plus grandes.

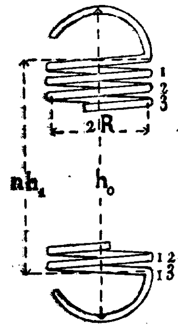


Fig. 5.

Les dimensions des ressorts étudiés sont les suivantes :

	Acier	Elinvar
Nombre de spires.................	$n = 15$	13
Diamètre du fil (cm.)...............	$2r = 0{,}60$	0,70
Diamètre moyen du boudin (cm.)...	$2R = 7{,}45$	8,90
Longueur du boudin (cm)...........	$nh_1 = 8{,}7$	10,3
Longueur totale du ressort (cm.)...	$h_0 = 16{,}56$	19,36
Masse totale du ressort (g.)........	$m_0 = 820$	1198

2. **Allongement en fonction de la charge.** — Ne disposant pas à Strasbourg d'un cathétomètre ou d'un comparateur vertical suffisamment précis pour ces mesures, j'ai d'abord eu recours à l'obligeance de M. Guillaume qui a bien voulu me donner l'hospitalité au bureau international dont il a mis les ressources à ma disposition. Grâce à ses conseils et au concours éclairé de M. Volet, j'ai pu effectuer au Pavillon de Breteuil la première série des mesures décrites ci-dessous.

Le dispositif est reproduit figure 6.

Le ressort est accroché au moyen d'un étrier à une tige de fer fixée sur un pilier en maçonnerie. Un plateau destiné à supporter les poids est relié au ressort par l'intermédiaire d'un cadre creux en fer ; c'est à l'intérieur de ce

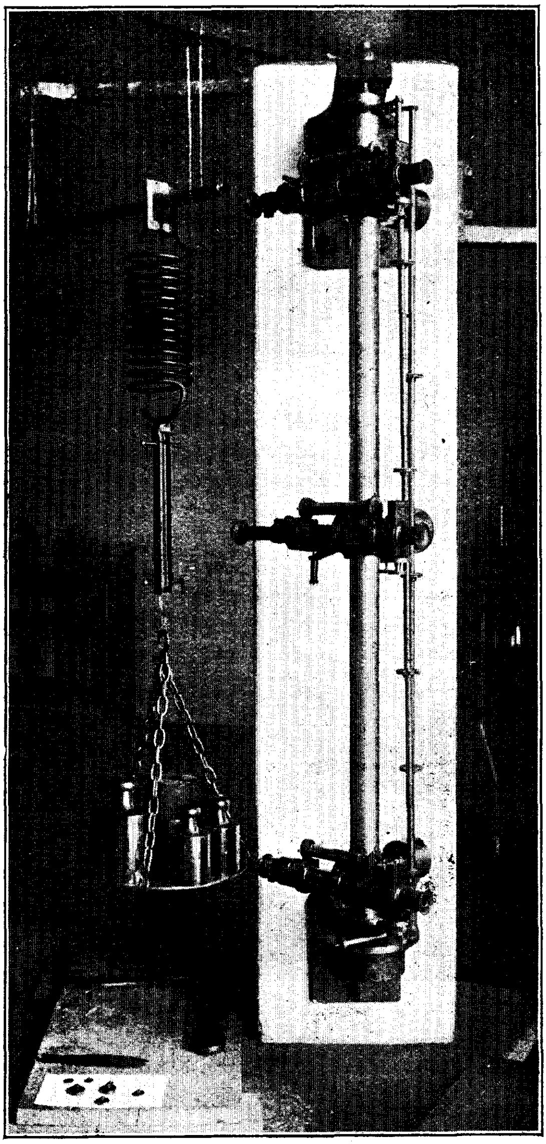


Fig. 6.

dernier que se trouve la règle d'invar graduée en millimètres qui servira aux lectures d'allongement. Cette règle dont l'extrémité supérieure est fixée au cadre par deux vis de serrage ne sera ainsi soumise à aucune traction.

Les pièces de suspension sont travaillées en forme de couteaux de manière à réaliser des points de contact bien définis ; les traits de la règle sont sur le prolongement de l'axe du ressort.

Deux lunettes à oculaires micrométriques montées sur une colonne verticale permettent de viser les divisions de la règle et un trait de repère horizontal tracé sur l'étrier.

Cette méthode, où les deux lunettes sont fixes, évite les erreurs provenant du déplacement de la lunette dans l'emploi du cathétomètre. Par les deux visées faites à la partie supérieure et sur la règle, on élimine la déformation de la suspension.

Un dispositif analogue a ensuite été installé à l'institut de physique du globe de Strasbourg et m'a permis d'effectuer les longues mesures relatives aux variations en fonction du temps.

Le support du ressort est une poutre de fer en I (137 millimètres, 65 millimètres et 6 millimètres) encastrée par une de ses extrémités dans un des murs du laboratoire. L'extrémité libre supporte le ressort et a été dans ce but échancrée et limée en forme de biseau. Le repère supérieur est tracé sur la boucle terminale du ressort.

Les visées sont faites à l'aide de deux microscopes à oculaires micrométriques très précis de la maison Hensoldt de Wetzlar montés sur une colonne verticale également fixée au mur par l'intermédiaire de deux poutres en U.

Ressort d'élinvar. — Dans la première série de mesures (Pavillon de Breteuil), le ressort en élinvar était chargé, au début de l'expérience, d'une tare de 4609 grammes comprenant le cadre, la règle graduée et le plateau.

On ajoutait des poids variant de 5 en 5 kilogrammes jusqu'à 35 kilogrammes, puis on les retirait de la même manière.

Les résultats sont traduits par les courbes 7 : on a porté en abscisses les valeurs m de la charge comptées en grammes à partir de la tare. Le phénomène d'hystérésis

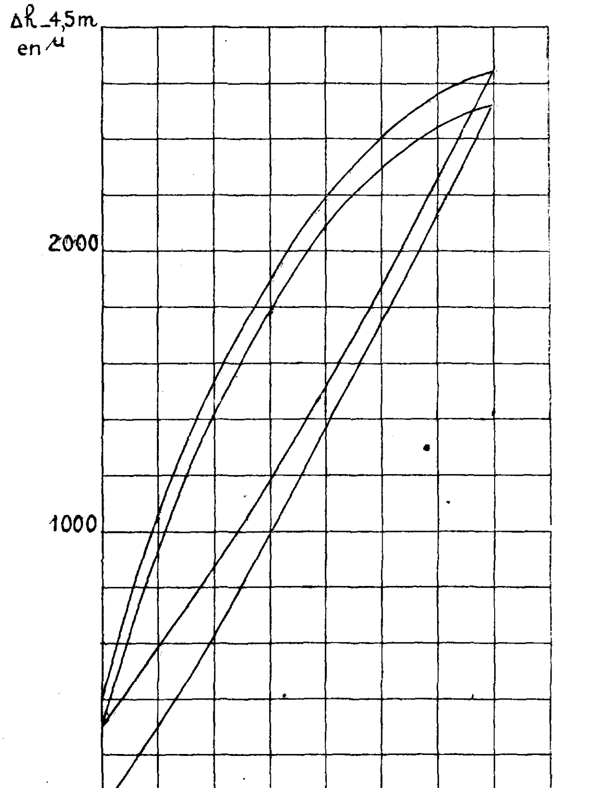


Fig. 7. — Allongement en fonction de la charge. Ressort d'élinvar.

étant petit par rapport à l'allongement Δh, pour le mettre en évidence sans donner à la figure des dimensions exagérées, on a retranché de l'allongement une quantité arbitraire proportionnelle à la charge ; les ordonnées représentent donc les différences $\Delta h - 4{,}5\ m$ (Δh en microns).

Les courbes obtenues indiquent un phénomène d'hystérésis ; leur forme dépend de la durée de la charge et de la décharge. Si on laisse s'écouler un certain intervalle de temps entre la fin de charge et la décharge, le ressort continue à s'allonger, de même, après la décharge complète, on observe un raccourcissement lent. Les courbes (fig. 7) qui comprennent deux cycles successifs tendent vers un cycle limite.

Dans le graphique obtenu en chargeant le ressort jusqu'à 20 kilogrammes seulement, le phénomène d'hystérésis existe aussi mais avec une amplitude moindre.

Ressort d'acier. — Les résultats obtenus à Strasbourg avec le ressort d'acier sont représentés figure 8. La tare

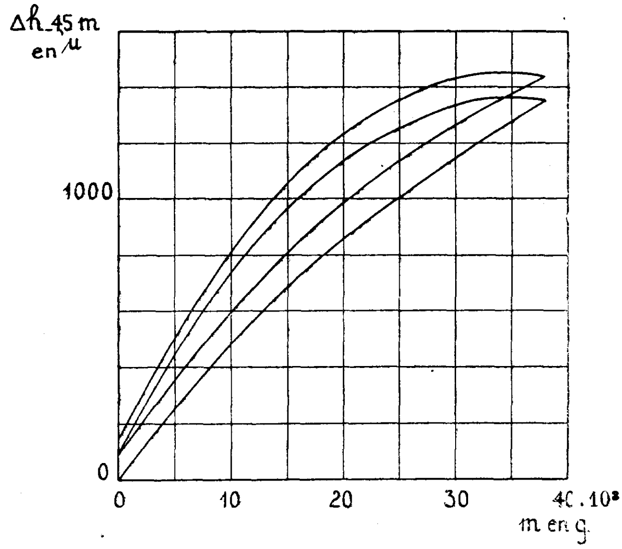


Fig. 8. — **Allongement en fonction de la charge. Ressort d'acier.**

était de 2.573 grammes ; la charge — de 0 à 38 kilogrammes — était obtenue à l'aide d'une série de poids de 2 kilogrammes placés successivement sur le plateau ; les lectures étaient donc faites de 2 en 2 kilogrammes. La température est restée comprise entre 18° et 21°.

Ces courbes indiquent un allongement du ressort un peu plus faible que dans le cas précédent ; le phénomène d'hystérésis est aussi un peu moins important.

La comparaison des courbes relatives aux cycles de 0 à 20 kilogrammes conduit aux mêmes remarques.

3. **Allongement sous charge constante en fonction du temps** [1]. — L'allongement en fonction du temps sous une charge de 40 kilogrammes est rapide pendant les premières heures et devient ensuite de plus en plus lent (fig. 9). Le tableau ci-dessous fournit les valeurs des allongements $h_t - h_{t_0}$ (h_{t_0} et h_t sont les longueurs du ressort aux temps t_0 et t) d'heure en heure pour les premiers instants et de jour en jour puis de cinq jours en cinq jours pour les temps ultérieurs. Ces valeurs représentent les allongements à une température de 20° pour le ressort d'élinvar et de 17°,5 pour le ressort d'acier ; les lectures ont été corrigées afin de tenir compte des variations de température autour de ces valeurs moyennes (voir paragraphe 8). L'heure à laquelle a été faite la première lecture, environ 5 minutes après la charge, est prise comme origine des temps.

Par l'examen des courbes (9), on voit que *le ressort d'acier a un allongement plus faible que le ressort d'élinvar et qu'il tend à atteindre son équilibre plus rapidement que ce dernier* ; la durée des allongements encore sensibles est très longue.

Il est possible d'extrapoler les courbes (9) et de prévoir comment varient les allongements en fonction du temps : sauf au voisinage de l'origine, ces courbes se rapprochent de courbes logarithmiques. Si l'on excepte les observations relatives aux premiers jours qui suivent la charge, les allongements sont assez bien exprimés par les fonctions :

$$y_e = 95\ \mathrm{L}(t - t_0) + 277 \text{ (élinvar)} \qquad (3)$$

et

$$y_a = 22\ \mathrm{L}(t - t_0) + 144 \text{ (acier)} \qquad (4)$$

où le temps t est exprimé en jours (tableau I).

[1] La continuité des mesures a été assurée pendant mes absences de Strasbourg par MM. Lacoste, maître de conférences à la Faculté des Sciences, et Bois, assistant, à qui j'adresse mes vifs remerciements.

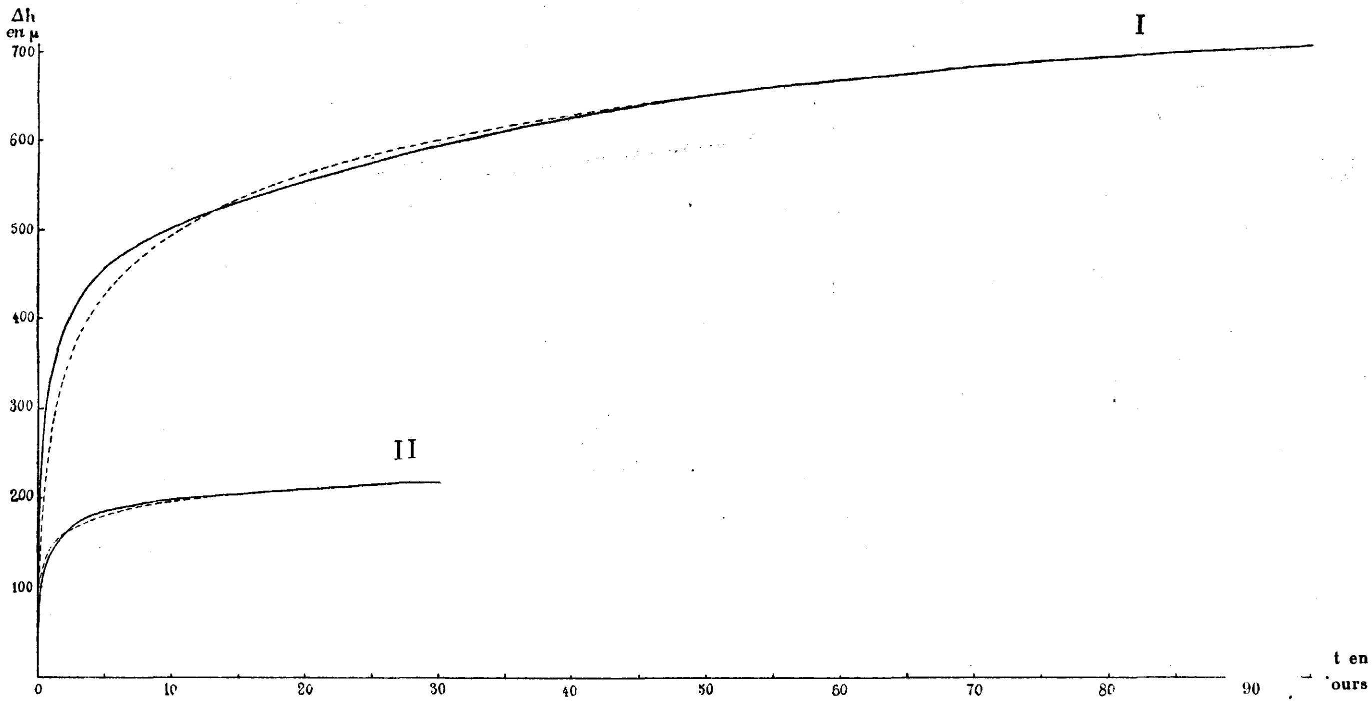


Fig. 9. — Allongement en fonction du temps.
Courbe I : ressort d'élinvar. Courbe II : ressort d'acier.
Les courbes en trait plein représentent les observations ; les courbes logarithmiques sont tracées en pointillé.

TABLEAU I

Temps $(t - t_0)$			Allongements $(h_t - h_{t_0})$ en μ		Coefficient angulaire de la tangente $\frac{dh}{dt}$		Courbe logarithmique		Courbe dérivée	
Heures	Jours	Années	Elinvar	Acier	Elinvar	Acier	$y_e = 95 L(t - t_0) + 277$	$y_a = 22 L(t - t_0) + 144$	$y_e' = \frac{95}{t - t_0}$	$y_a' = \frac{22}{t - t_0}$
0	0	0	0	0						
1			140	60						
2			182	79						
3			206	90						
4			224	97						
5			238	103						
	1		338	141	70	28	277	144	95,0	22,0
	2		390	161	45	15	343	159	47,5	11,0
	3		422	172	22	9	381	168	31,7	7,3
	4		442	179	16	5,5	409	175	23,7	5,5
	5		457	184	13	4,0	430	179	19,0	4,4
	10		502	197	7,5	1,9	495	195	9,5	2,2
	15		530	204	6,0	1,3	534	204	6,3	1,5
	20		553	209	5,0	1,1	562	210	4,7	1,1
	25		574	214	4,2	1,0	583	215	3,8	0,9
	30		593	219	3,6	0,9	600	219	3,2	0,7
	35		609		3,2		614	222	2,7	0,6
	40		624		2,7		628	225	2,4	0,5
	45		637		2,4		639	228	2,1	0,5
	50		649		2,1		648	230	1,9	0,4
	55		658		1,9		658	232	1,7	0,4
	60		667		1,6		666	234	1,6	0,4
	65		675		1,5		673	236	1,5	0,3
	70		682		1,4		681	237	1,4	0,3
	75		688		1,3		687	239	1,3	0,3
	80		694		1,2		693	240	1,2	0,3
	85		700		1,1		699	242	1,1	0,3
	90		705		1,1		704	243	1,1	0,2
	95		710		1,0		709	244	1,0	0,2
		1					837	274	0,3	0,06
		5					990	309	0,05	0,01
		10					1 056	324	0,03	0,01
		50					1 209	362	0,00	0,00

Les coefficients angulaires des tangentes à ces courbes

$$y_e' = \frac{95}{t - t_0} \tag{5}$$

$$y_a' = \frac{22}{t - t_0} \tag{6}$$

tendent vers zéro quand t croît indéfiniment; autrement dit, les tangentes tendent à devenir parallèles à l'axe des temps.

Le tableau I indique quelques valeurs de y et de y' pour de grandes valeurs de t.

Les coefficients numériques ne doivent pas être considérés comme des constantes car ils dépendent essentiellement des conditions de l'expérience, en particulier de la valeur de la charge et des traitements antérieurs.

4. **Allongement sous charge variable à partir d'une charge initiale.** — Plusieurs séries d'expériences ont été éxécutées : les charges initiales à partir de la tare ont été successivement de 0, 10, 20, 30 et 35 kilogrammes pour le ressort d'élinvar (Pavillon de Breteuil — tare = 4.609 grammes) et de 0, 10, 20, 30 et 36 kilogrammes pour le ressort d'acier (Strasbourg — tare = 4.573 grammes).

Les surchages ajoutées ont varié de 5 grammes en 5 grammes jusqu'à 50 grammes à partir de chacune de ces valeurs initiales.

Les deux ressorts étudiés ne présentent pas d'hystérésis dans ces conditions et la courbe se réduit sensiblement à une droite.

Afin d'éliminer toutes les irrégularités accidentelles, j'ai tracé la droite moyenne passant au mieux entre les points d'observation. Les écarts sont d'ailleurs faibles, le plus souvent inférieurs à 1 micron pour le ressort d'élinvar ; dans le cas du ressort d'acier, ils sont un peu plus grands et proviennent surtout de faibles variations de température.

En première approximation, on peut dire que le coefficient angulaire de ces droites est à peu près indépendant de la charge initiale. Ses différentes valeurs sont consignées dans le tableau ci-dessous. Elles expriment l'allongement $\frac{\Delta h}{\Delta m}$ en microns correspondant à une variation de charge d'un gramme et se rapportent à une température d'environ 15°.

TABLEAU II

Ressort d'élinvar : tare = 4 609 grammes
Ressort d'acier : tare = 4 573 grammes

Elinvar		Acier	
Charge initiale kilogrammes	$\frac{\Delta h}{\Delta m}$	Charge initiale kilogrammes	$\frac{\Delta h}{\Delta m}$
0	4,54	0	4,54
10	4,43	10	4,50
20	4,50	20	4,48
30	4,53	30	4,53
35	4,48	36	4,51
$\frac{\Delta h}{\Delta m}$ moyen	4,50	$\frac{\Delta h}{\Delta m}$ moyen	4,51

5. **Période en fonction de la charge.** — Les mesures précédentes sont complétées par l'étude des périodes des deux ressorts sous différentes charges. On trouve que ces périodes sont reliées aux valeurs de la charge conformément au tableau suivant :

TABLEAU III

Ressort d'élinvar : tare = 2 000 grammes
Ressort d'acier : tare = 2 573 grammes

Charge	Périodes		Charge	Périodes	
	Elinvar	Acier		Elinvar	Acier
kg	s	s	kg	s	s
10	0,477	0,484	26	0,721	0,722
12	0,515	0,521	28	0,746	0,747
14	0,549	0,554	30	0,770	0,771
16	0,581	0,586	32	0,793	0,794
18	0,611	0,614	34	0,815	0,816
20	0,641	0,643	36	0,836	0,837
22	0,668	0,670	38	0,857	0,858
24	0,695	0,697			

6. **Relation entre l'allongement et la période.** — Il existe la relation suivante entre la période T (durée d'une oscillation double) d'un ressort tendu par une masse m et l'allongement Δh correspondant à une petite variation de charge Δm à partir de m :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{g}\frac{\Delta h}{\Delta m}} \tag{7}$$

ou :

$$\frac{\Delta h}{\Delta m} = \frac{gT^2}{4\pi^2 m}. \tag{8}$$

Les valeurs de $\frac{\Delta h}{\Delta m}$ déduites des périodes au moyen de cette formule présentent des écarts importants par rapport aux nombres obtenus au paragraphe 4 pour les mêmes charges initiales ; c'est ce que montre le tableau IV (colonne 3).

Ces écarts proviennent de ce qu'on a négligé la masse du ressort. Il y a donc lieu d'ajouter aux charges m un terme de correction m' que l'on peut évaluer simplement de la manière suivante :

Soit L la longueur du fil formant la spirale

$$(L = n\sqrt{h_1^2 + (2\pi R)^2}),$$

$m_0 - m_1$ sa masse et m_1 la masse des boucles terminales ; la masse du fil par unité de longueur est $\frac{m_0 - m_1}{L}$. Si l'on considère deux longueurs voisines du fil l et $l' = l + dl$ comptées à partir de l'extrémité supérieure de la spirale, l'élément dl subit une petite déformation due à la masse $\frac{m_0 - m_1}{L}(L - l)$ des spires qu'il supporte ; cette déformation est la fraction $\frac{dl}{L}$ de celle que subirait le ressort entier sous l'effet de la même charge ; elle est égale à l'allongement de la spirale entière qui résulterait d'une charge égale à

$\frac{m_0 - m_1}{L^2}(L - l)\,dl$ agissant à l'extrémité du ressort. On trouve donc :

$$m' = \left[\int_0^L \frac{m_0 - m_1}{L^2}(L - l)dl\right] + \frac{m_1}{2} = \frac{1}{2}m_0. \qquad (9)$$

Les nouvelles valeurs de $\frac{\Delta h}{\Delta m}$ ainsi obtenues (tableau IV, colonne 4) sont à peu près indépendantes de la charge initiale et sont en bonne concordance avec les valeurs déduites de mesures directes.

Tableau IV

Ressort d'élinvar
Tare = 4 609 g. ; correction : $m' = 600$ g.

Charges	T	$\frac{\Delta h}{\Delta m}$ sans correction	$\frac{\Delta h}{\Delta m}$ après correction
kg	s		
10	0,525	4,69	4,50
20	0,676	4,61	4,50
30	0,799	4,58	4,51
35	0,853	4,56	4,50

Ressort d'acier
Tare = 4 573 g. ; correction : $m' = 410$ g.

Charges	T	$\frac{\Delta h}{\Delta m}$ sans correction	$\frac{\Delta h}{\Delta m}$ après correction
kg	s		
10	0,521	4,63	4,50
20	0,670	4,54	4,47
30	0,794	4,53	4,48
36	0,858	4,51	4,46

7. **Module de Coulomb.** — La théorie élémentaire du ressort à boudin conduit à la formule approchée suivante qui exprime l'allongement Δh produit par une force

$\Delta F = \Delta m \, . \, g$ en fonction du module de Coulomb μ et des dimensions du ressort :

$$\Delta h = \frac{2LR^2}{\pi r^4 \mu} \Delta F. \tag{10}$$

On en déduit :

$$\mu = \frac{2gLR^2}{\pi r^4} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta h}. \tag{11}$$

On trouve en unités C. G. S. :

Ressort d'élinvar :

$$r = 0{,}35 \,;\; R = 4{,}45 \,;\; L = 363{,}6 \,;\; \frac{\Delta m}{\Delta h} = \frac{1}{0{,}000450} \,;\; \mu = 6\,700 \, . \, 10^8.$$

Ressort d'acier :

$$r = 0{,}30 \,;\; R = 3{,}72 \,;\; L = 350{,}7 \,;\; \frac{\Delta m}{\Delta h} = \frac{1}{0{,}000451} \,;\; \mu = 8\,300 \, . \, 10^8.$$

La formule déduite de la théorie générale (1) est, dans e cas de petits déplacements :

$$L^3 \Delta F = \left(\frac{B h_0^2}{L^2 - h_0^2} + A \right) \alpha_0^2 \Delta h \tag{12}$$

où α_0 est la torsion initiale du fil autour de l'axe : $\alpha_0 = 2\pi n$;

A est le module de torsion : $A = \frac{\pi \mu r^4}{2}$;

B est le module de flexion : $B = \frac{\pi E r^4}{4}$ (E : module d'Young).

$\frac{A}{B} = 1 + \sigma$ (σ : coefficient de Poisson).

On en tire, en admettant que σ soit égal à $\frac{1}{4}$:

$$\mu = \frac{2gl}{\pi r^4} \frac{\Delta m}{\Delta h} \frac{1}{\cos^2 \gamma \left(1{,}25 \frac{h_0^2}{L^2 - h_0^2} + 1 \right)}, \tag{13}$$

où $\cos \gamma = \frac{2\pi n R}{L}$.

Cette dernière formule conduit aux mêmes résultats que la formule approchée.

8. **Effet de la température.** — Les observations faites sur le ressort d'élinvar chargé de 40.132 grammes. (38 kilogrammes et la tare) à des températures variant entre 10° et 35° ont indiqué un faible allongement de 3,6 microns pour une élévation de température d'un degré, tandis que l'allongement du ressort chargé seulement par la tare (2.132 grammes) est de 0,7 micron par degré. Ces nombres ont été déduits des lectures en tenant compte de la dilatation du ressort et de la colonne d'acier qui porte les microscopes ; cette colonne était fixée seulement par sa partie supérieure et pouvait se dilater librement. Les premières observations étaient faites plusieurs jours après la charge ou la décharge ; j'ai pu, dans ces conditions, éliminer les variations de longueur en fonction du temps d'une part en utilisant la courbe moyenne tracée à l'aide d'observations faites à température à peu près constante (paragraphe 3), d'autre part en prenant la moyenne des résultats obtenus alternativement à température croissante et à température décroissante.

Les nombres ci-dessus permettent de calculer le coefficient thermo-élastique de l'élinvar à l'aide de la relation (11) :

$$\frac{1}{\mu}\frac{d\mu}{d\theta} = -\frac{\Delta m}{\Delta h}\frac{d}{d\theta}\left(\frac{\Delta h}{\Delta m}\right). \tag{14}$$

Dans l'intervalle de température considéré, la valeur moyenne de ce coefficient est :

$$\frac{1}{\mu}\frac{d\mu}{d\theta} = 15 \,.\, 10^{-6}.$$

L'étude du ressort d'acier faite dans les mêmes conditions a conduit à adopter pour ce dernier les valeurs suivantes :

Allongement par degré du ressort chargé de la tare.	2,5 microns
Allongement par degré du ressort chargé de 40.132 g.	43,3 microns
Coefficient thermo-élastique	$240 \,.\, 10^{-6}$

DEUXIÈME PARTIE

EMPLOI DES RESSORTS DANS LE SÉISMOGRAPHE

1. **Montage.** — Pour utiliser le ressort en élinvar plus long que le ressort d'acier, il a fallu modifier l'appareil en

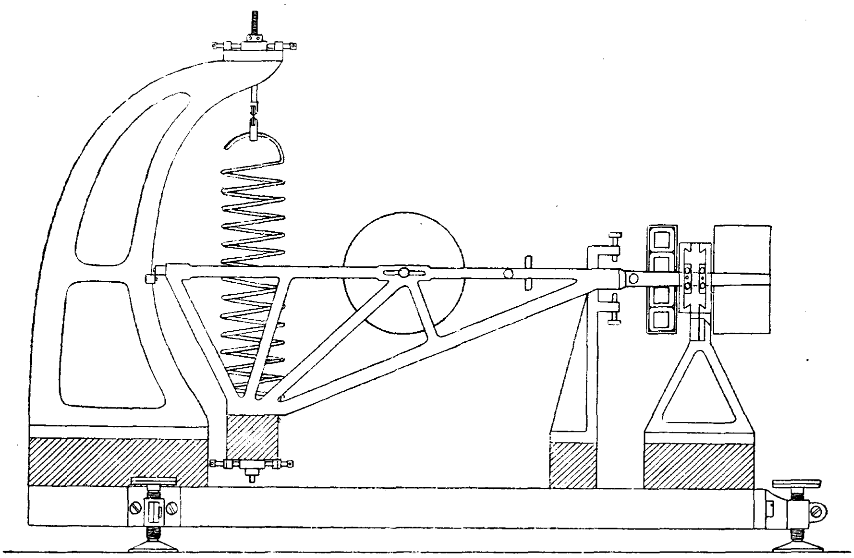


Fig. 10. — Schéma du pendule vertical de Galitzine.
Les pièces qui ont été ajoutées dans le nouveau montage sont indiquées par les hachures.

intercalant une rallonge de 6 centimètres entre la partie inférieure du fléau et la pièce destinée à accrocher l'extrémité du ressort. Le séismographe a dû être surélevé au-dessus de son socle de la même quantité au moyen de cales convenables (fig. 10).

Pour examiner les modifications causées par l'emploi du nouveau ressort, j'ai fait osciller le système dans les diverses conditions suivantes :

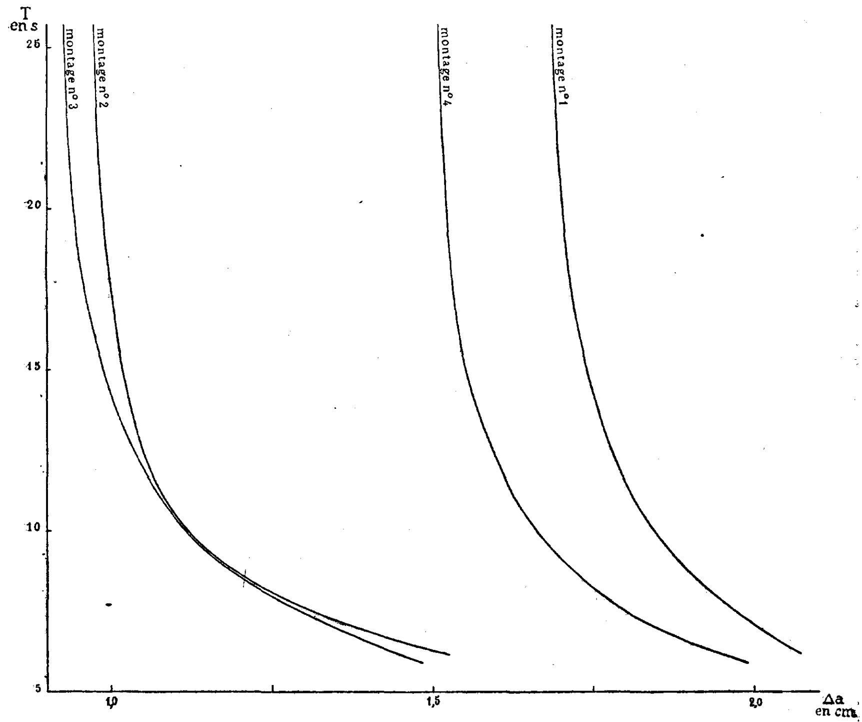


Fig. 11. — Période du pendule en fonction de la distance de l'axe du ressort à l'axe de rotation.

1°. Avec le montage décrit (rallonge inférieure) ;

2° Avec un autre dispositif utilisant une rallonge supérieure à la place de la précédente.

3° Le ressort d'acier a été substitué au ressort d'élinvar sans aucune rallonge (ancien montage).

4° La rallonge inférieure a été utilisée pour le ressort d'acier ; mais ce ressort étant plus court que l'autre d'environ 3 centimètres, on a dû relever par une nouvelle pièce intermédiaire le point d'attache inférieur du ressort.

J'ai fait osciller le pendule en modifiant la distance a de l'axe du ressort à l'axe de rotation ; j'ai construit les courbes correspondantes en portant en abscisses les valeurs de Δa et en ordonnées les périodes T (fig. 11). On constate, pour les deux ressorts, que la période croît lorsque la distance a diminue, d'abord lentement, puis de plus en plus vite ; à partir d'une période de 15 secondes environ, le pendule n'est plus stable. J'ai pu cependant mesurer des périodes beaucoup plus grandes atteignant même 35 secondes.

Les différentes courbes correspondant aux conditions énumérées ci-dessus sont à peu près superposables par des translations suivant l'axe des abscisses.

La substitution du ressort en élinvar au ressort d'acier ne change pas le domaine des périodes réalisées; l'emploi de la rallonge inférieure ne modifie pas davantage ce domaine, celui-ci étant défini pratiquement par la stabilité. La condition recommandée par Galitzine (5) pour obtenir de grandes périodes, à savoir égalité des longueurs du ressort comptées au-dessus et au-dessous de l'horizontale passant par le centre de gravité, n'a donc pas en pratique toute la valeur que son auteur paraissait lui attribuer.

Mais l'instabilité qui, dans l'emploi du ressort en acier, limitait la réalisation permanente de grandes périodes, résultait de la sensibilité de ce métal aux variations de température ; les propriétés de l'élinvar dépendant peu de la température, le nouveau ressort permet, comme on l'avait espéré, *de communiquer au séismographe de grandes périodes et cela d'une manière stable.*

2. **Effet de la température.** — Pour ces mesures préliminaires, le séismographe avait été installé dans un laboratoire dont on pouvait faire varier la température. Le pendule étant muni successivement du ressort d'acier

et du ressort d'élinvar, j'ai examiné le changement de sa position d'équilibre avec la température.

J'ai donc mesuré optiquement l'angle de rotation de l'appareil au moyen du miroir habituellement fixé sur son axe. J'ai fait progressivement croître et décroître la température, le pendule étant successivement réglé à 6, 9 et 12 secondes de période.

On trouve que, pour une même période (9^s), le rapport $\frac{\delta_e}{\delta_a}$ des déviations relatives aux ressorts d'élinvar et d'acier est d'environ 0,06 entre 10° et 15° de température; cette valeur est voisine de celle qui avait été obtenue, dans l'étude des ressorts, pour le rapport des allongements en fonction de la température.

Les valeurs moyennes des déviations angulaires correspondant à une variation de température d'un degré sont [1] :

T	δ_e	δ_a
s	° ′	° ′
6	0 (01,3)	0 43,5
9	0 04,4	1 15,8
12	0 07,5	

3. **Allongement résiduel à température constante.** — La même méthode optique a permis de suivre l'allongement progressif du ressort d'élinvar en fonction du temps.

La stabilité mécanique et la stabilité thermique sont assurées par l'installation de l'appareil sur le pilier de la salle des séismographes. Tous les jours, on fait une visée; la température est indiquée par un thermomètre enregistreur. Comme on observe un allongement du ressort continu quoique graduellement décroissant, il est nécessaire d'agir de temps en temps sur la masse addition-

[1] L'instabilité du pendule muni du ressort d'acier n'a pas permis de faire de mesures pour T = 12^s

nelle du pendule afin de relever le fléau. La courbe définitive tracée (fig. 12) est calculée en tenant compte de ces changements de réglage. Elle a, dans l'ensemble, la même allure que la courbe des essais préliminaires d'allongement sous tension constante. Cependant, le déplacement angulaire Θ dépend de la position du fléau ; il est plus grand lorsque celui-ci est au-dessous de sa position d'équilibre, ce que les points anguleux font apparaître sur la courbe.

Pour se rendre compte de la variation de $\frac{d\Theta}{dt}$ en fonction du temps, il faut considérer des portions de la courbe correspondant à la même position du fléau ; on trouve que $\frac{d\Theta}{dt}$ varie à peu près en raison inverse du temps, comme le montrent les valeurs suivantes (Θ en minutes) :

$t =$	7	jours,	$\frac{d\Theta}{dt} =$	5
»	14	»	»	3
»	30	»	»	1,6
»	68	»	»	0,6

A titre de comparaison, une nouvelle série d'observations a été faite après substitution du ressort d'acier au ressort d'élinvar ; les constantes du séismographe avaient les mêmes valeurs que précédemment. La courbe correspondante est très irrégulière : l'effet de la température est prédominant et masque la loi d'allongement en fonction du temps. Les déplacements angulaires du pendule sont d'ailleurs considérables et il est nécessaire de régler très fréquemment la position du fléau. Voici, par exemple, quelques valeurs de $\frac{d\Theta}{dt}$:

$t =$	4	jours	$\frac{d\Theta}{dt} =$	20	température :	$9^{\circ},7$
»	12	»	»	39	»	9,1
»	14	»	»	28	»	9,25
»	16	»	»	22	»	9,45
»	19	»	»	22	»	9,8
»	23	»	»	15	»	10,0

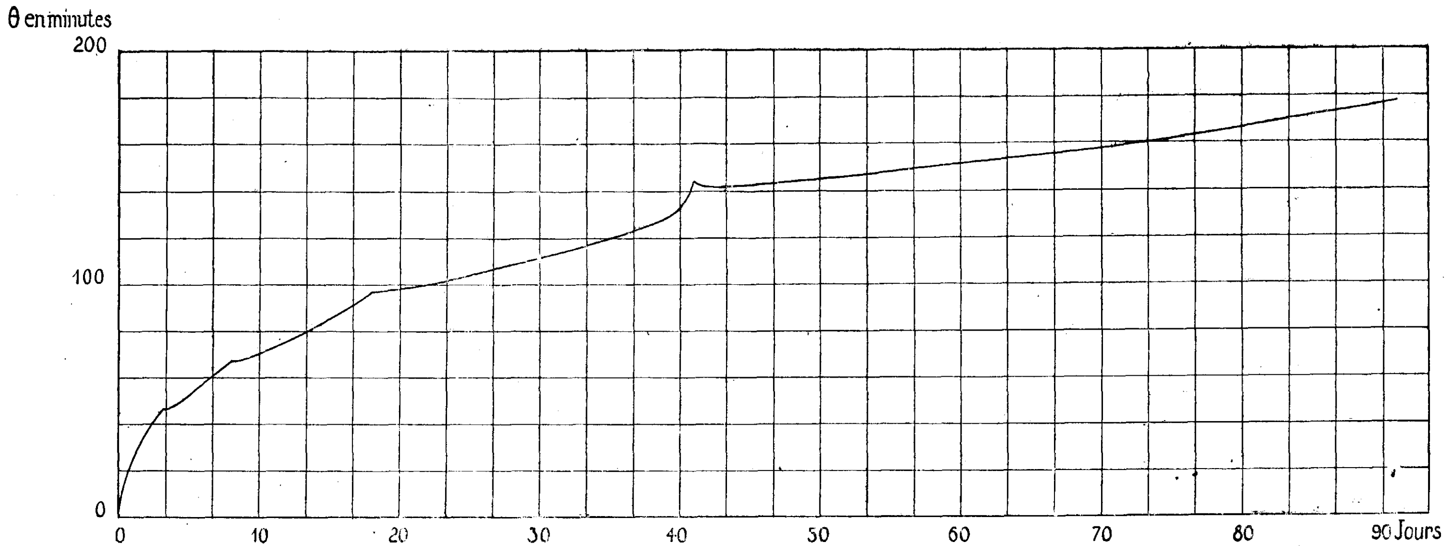


Fig. 12. — Déplacement angulaire en fonction du temps du pendule muni du ressort d'élinvar.

4. **Constantes du séismographe** [1]. — Les constantes du séismographe ont été déterminées dans ces nouvelles conditions ; leurs valeurs sont :

$$l = 32^{\mathrm{cm}},77 ; \quad T = 12^{\mathrm{s}},35 ; \quad \mu^2 = +\ 0,007 ; \quad k = 297.$$

[1] On sait que la détermination des constantes k, T et μ^2 se fait en donnant une impulsion au pendule à l'aide d'un petit marteau attiré par un électro-aimant pendant un temps très court. Si le pendule et le galvanomètre sont à peu près à l'amortissement critique, le premier revient à sa position d'équilibre après une seule oscillation simple et le galvanomètre après une oscillation double. On mesure : 1) la déviation du pendule ; 2) les amplitudes maximums des deux oscillations du galvanomètre et 3) le temps compris entre l'instant où le galvanomètre reçoit l'impulsion et celui de son premier passage par sa position d'équilibre.

CONCLUSIONS

Les mesures d'allongement sous l'effet d'une traction et les mesures de périodes ont montré une grande analogie entre les propriétés élastiques des deux ressorts étudiés. Pour de faibles variations de charge, les phénomènes d'hystérésis sont négligeables ; les déformations sont réversibles et proportionnelles aux variations de la force appliquée.

L'étude directe des ressorts et les essais préliminaires effectués sur le séismographe ont montré, d'autre part, que le ressort d'élinvar est environ vingt fois moins sensible aux variations de température que le ressort d'acier. Ces résultats ont été confirmés par le fonctionnement du séismographe.

En effet, on avait dû auparavant, pour obtenir un fonctionnement régulier de l'instrument, réduire sa période à 10 secondes ; même dans ces conditions, le pendule se déréglait sous l'influence de très faibles variations de température et, malgré la cage de protection, il était nécessaire d'agir fréquemment sur la masse mobile pour le ramener à sa position d'équilibre. Avec le ressort en élinvar, l'appareil réglé à une période de 12 secondes s'est montré parfaitement stable ; des variations de température d'un degré indiquées par l'enregistreur n'ont pas eu d'effet appréciable sur la courbe des déplacements angulaires en fonction du temps alors que des variations beaucoup plus faibles suffisaient à détruire l'équilibre du séismographe muni du ressort d'acier.

Seul l'allongement plus considérable du ressort d'élinvar en fonction du temps pourrait être interprété comme un désavantage. Il semble cependant que ce ne soit pas un grand inconvénient car les déplacements deviennent de plus en plus faibles. Après deux mois, il suffit de corriger la position d'équilibre du fléau tous les mois ou tous les deux mois ; par la suite, ces intervalles deviennent de plus en plus grands.

Il résulte de ces différentes comparaisons que la substitution d'un ressort en élinvar au ressort d'acier améliore beaucoup les conditions de fonctionnement du séismographe vertical de Galitzine.

BIBLIOGRAPHIE

1. H. Bouasse : *Théorie de l'élasticité. Résistance des matériaux*, Paris 1920.
2. P. Chevenard : *Volumes spécifiques des aciers au nickel, C. R.*, LCIX, p. 53 (1914). — *La dilatation des ferronickels dans un grand intervalle de température, C. R.*, LCIX, p. 175 (1914). — *Changements thermiques des propriétés élastiques des aciers au nickel, C. R.*, LCXX, p. 1499 (1920). — *Etude de l'élasticité de torsion des aciers au nickel à haute teneur en chrome, C. R.*, LCXXI, p. 93 (1920). — *L'action des additions sur l'anomalie de dilatation des ferronickels ; application aux alliages fer-nickel-chrome, C. R.* LCXXII, p. 594 (1921). — *Relation entre la dilatation anomale et la variation thermique de l'aimantation des corps ferromagnétiques*, C. R., LCXXII, p. 1655 (1921). — *Alliages de nickel conservant leur rigidité dans un domaine étendu de température*, C. R., LCXXV, p. 486 (1922). — *Allure des isothermes représentant la résistivité et le pouvoir thermo-électrique des ferronickels réversibles dans l'intervalle de — 200 à + 1000°*, C. R., LCXXXII, p. 1388 (1926). — *Anomalie du frottement interne des ferronickels réversibles*, C. R., LCXXXIV, p. 378 (1927).

P. Chevenard et A. Portevin : *Propriétés élastiques des alliages : Variation en fonction de la composition chimique*, C. R., LCXXXI, p. 780 (1925).

3. *Contribution à l'étude des aciers au nickel*, Revue de métallurgie, 11, p. 841 (1914). — *Dilatomètre différentiel enregistreur*, Revue de métallurgie, 14, p. 610 (1917).
4. *Méthodes de recherche et de contrôle dans la métallurgie de précision*, Mémoires et compte-rendu des travaux de la société des ingénieurs civils de France, 76, p. 932 (1923).
5. L. Dumas : *Recherches sur les aciers au nickel à haute teneur*, Annales des mines, mémoires, 1, p. 357 (1902). — *A propos de la théorie des aciers au nickel*, Revue générale des sciences, 14, p. 810 (1903).
6. Fürst B. Galitzine : *Vorlesungen über Seismometrie, herausgegeben von O. Hecker*, Leipzig, 1914.

7. W. GUERTLER et G. TAMMANN : *Ueber die Legierungen des Nickels und Kobalts mit Eisen*, Zeitschrift für anorganische Chemie, 45, p. 205 (1905).

8. Ch.-Ed. GUILLAUME : *Sur la dilatation des aciers au nickel, C. R.*, CXXIV, p. 176 (1897). — *Recherches sur les aciers au nickel. Propriétés métrologiques, C. R.*, CXXIV, p. 752 (1897). — *Recherches sur les aciers au nickel. Propriétés magnétiques et déformations permanentes, C. R.*, CXXIV, p. 1515 (1897). — *Recherches sur les aciers au nickel. Variations de volume des alliages irréversibles, C. R.*, CXXVI, p. 738 (1898). — *Sur les variations temporaires et résiduelles des aciers au nickel réversibles, C. R.*, CXXIX, p. 155 (1899) — *Remarques sur les recherches de MM. Nagaoka et Honda, C. R.*, CXXXIV, p. 538, 1902. — *Nouvelles recherches sur la dilatation des aciers au nickel, C. R.*, CXXXVI, p. 303 (1903). — *Changements passagers et permanents des aciers au nickel, C. R.*, CXXXVI, p. 356 (1903). — *Variations du module d'élasticité des aciers au nickel, C. R.*, CXXXVI, p. 498 (1903). — *Sur la théorie des aciers au nickel, C. R.*, CXXXVI, p. 1638 (1903). — *Conséquences de la théorie des aciers au nickel, C. R.*, CXXXVII, p. 44 (1903). — *Modifications que subissent les aciers au nickel par l'effet de chauffes prolongées ou sous l'action du temps, C. R.*, LCIII, p. 156 (1911). — *Modifications de la dilatabilité de l'invar par des actions mécaniques ou thermiques, C. R.*, LCXIII, p. 654 (1916). — *Ecrouissage et dilatabilité de l'invar, C. R.*, LCXIII, p. 741 (1916). — *Homogénéité de dilatation de l'invar, C. R.*, LCXIII, p. 966 (1916) — *Changements de la dilatation des alliages de fer et de nickel sous l'action de divers traitements thermiques ou mécaniques, C. R.*, LCXIV, p. 904 (1917). — *Action des additions métallurgiques sur l'anomalie de dilatabilité des aciers au nickel, C. R.* LCXX, p. 1433 (1920). — *Valeurs des dilatabilités des aciers au nickel types, C. R.*, LCXX, p. 1554 (1920). — *L'anomalie d'élasticité des aciers au nickel ; réalisation d'un élinvar et son application à la chronométrie, C. R.*, LCXXI, p. 83 (1920). — *Cause de l'instabilité des aciers au nickel ; son élimination, C. R.*, LCXXI, p. 1039 (1920).

9. *Recherches sur le nickel et ses alliages*, Bibliothèque universelle, archives des sciences physiques et naturelles, 4e période, V, pp. 255 et 305 (1898).

10. *L'équilibre chimique dans les solides et les aciers au nickel*, Revue générale des sciences, IX, p. 282 (1899) — *La théorie des aciers au nickel*, Revue générale des sciences, XIV, pp. 705 et 764 (1903).

11. *Les aciers au nickel dans l'horlogerie*, Actes de la société helvétique des sciences naturelles (1920).

12. *Les métaux « Invar » et « Elinvar », leurs propriétés, leurs applications*, Revue de l'industrie minérale, 44 (1922).

13. *Recherches métrologiques sur les aciers au nickel*, Travaux et mé-

moires du Bureau international des poids et mesures, XVII, Paris 1927.

14. J. Hopkinson : *Magnetic properties of alloys of nickel and iron*, Proceedings of the Royal Society of London, XLVII, p. 23 (1890). — *Physical properties of nickel steel*, op. cit., XLVII, p. 138 (1890). — *Note on the density of alloys of nickel and iron*, op. cit., p. 121 (1892).

15. H. Nagaoka : *La magnétostriction*, Rapports présentés au Congrès international de Physique de 1900, II, p. 536 (1902).

— H. Nagaoka et K. Honda : *La magnétostriction des aciers au nickel*, *C. R.*, CXXXIV, p. 536 (1902).

16. F. Osmond : *Sur les alliages de fer et de nickel*, *C. R.*, CXVIII, p. 532 (1894) et CXXVIII, p. 304 (1899). — *Remarques sur une note récente de MM. Nagaoka et Honda*, *C. R.*, CXXXIV, p. 596 (1902). — *Contribution à la théorie des aciers au nickel*, Revue générale des sciences, XIV, p. 863 (1903).

17. M. Peschard : *Contribution à l'étude des ferronickels*, Thèse, Paris, 1925.

18. R. Ruer et Schuz : *Le système fer-nickel*, Revue de métallurgie, 7, p. 1075 (1910).

19. P. Weiss et G. Foëx : *Etude de l'aimantation des corps ferro magnétiques au-dessus du point de Curie*, Bibliothèque universelle, archives des sciences physiques et naturelles, XXI, p. 89 (Genève 1911) et Journal de Physique, 6e série, I, p. 274, 744 et 805 (1911).

Reçu en février 1927.

TABLE DES MATIÈRES

ACHEVÉ D'IMPRIMER
PAR LES
PRESSES UNIVERSITAIRES
DE FRANCE
49, Bd St-MICHEL, PARIS
EN SEPTEMBRE 1927.