CONSEIL INTERNATIONAL DE RECHERCHES

UNION GÉODÉSIQUE ET GÉOPHYSIQUE INTERNATIONALE

ASSOCIATION DE SÉISMOLOGIE

PUBLICATIONS DU BUREAU CENTRAL SÉISMOLOGIQUE INTERNATIONAL Sous la direction de E. ROTHÉ

SECRÉTAIRE DE L'ASSOCIATION DE SÉISMOLOGIE

série A

TRAVAUX SCIENTIFIQUES

FASCICULE Nº 9.



NOGENT-LE-ROTROU IMPRIMERIE DAUPELEY-GOUVERNEUR 1933 • , •

ÉTUDE DES BATTEMENTS ÉLECTRIQUES

APPLICATION A LA SÉISMOLOGIE ET A L'ÉTUDE DES CONSTANTES DIÉLECTRIQUES

PAR M^{me} A. HÉE

Assistante à l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg

INTRODUCTION

Précision de la mesure du temps dans les travaux actuels de séismologie

Les progrès de la séismologie sont liés dans nombre de questions à la connaissance de plus en plus précise de l'heure d'arrivée des ondes issues du foyer d'ébranlement, en particulier les recherches séismologiques tendent de plus en plus à analyser dans le détail la structure hétérogène du globe. Pour progresser dans ce genre d'études, il est naturel de tenter de pénétrer plus avant dans la connaissance des couches superficielles situées au delà du domaine ordinairement accessible aux géologues. Seuls les séismes naturels, notamment les tremblements de terre rapprochés, et les séismes artificiels ou explosions, peuvent conduire à des résultats instructifs, à la condition essentielle de connaître le temps avec une exactitude suffisante ; *il devient nécessaire* d'apprécier les fractions de seconde.

Les travaux de séismologie de A. Mohorovicic [1], exposés dans le Bulletin de l'Union géodésique et géophysique internationale par M. Rothé [2], sont basés sur des résultats d'observations où la connaissance de l'heure était aussi bonne que possible pour l'époque. Les tables qui ont été publiées par A. Mohorovicic [3] indiquent le temps avec la précision du

١

 $1/10^{\rm e}$ de seconde. Celles de S. Mohorovicic [4], relatives à la détermination de la profondeur des foyers, comportent une précision identique.

D'autre part les séismes rapprochés sont si fréquents au Japon que leur étude devait naturellement tenter les chercheurs. La connaissance exacte des temps de propagation est nécessaire pour que des travaux sur ce sujet puissent donner des résultats intéressants ; aussi les observatoires japonais s'efforcent-ils dans leurs annuaires, depuis 1922, de préciser au $1/10^{\rm e}$ de seconde les phases de chaque tremblement de terre. M. Wadati [5] s'est servi de ces données pour établir une nouvelle méthode qui permet de déterminer la profondeur des foyers, méthode basée sur la répartition des isoséistes et surtout sur l'étude d'une onde fictive S-P.

En outre, l'hétérogénéité de l'écorce terrestre apparaît dans les recherches de D. Wrinch et H. Jeffreys [6], qui ont été amenés à représenter hypothétiquement la zone externe du globe comme résultant de la superposition de roches sédimentaires à une couche de roches acides reposant elles-mêmes sur des roches basiques : des observations relatives à une telle conception impliqueraient aussi une très bonne connaissance du temps.

La précision dans la détermination du temps, si importante pour toutes les recherches de séismologie pure, est encore plus indispensable quand il est question d'appliquer la méthode séismique à l'étude des couches géologiques du sous-sol. Il s'agit, en effet, de différencier chacune d'elles et souvent d'en déterminer la profondeur. Les vitesses sont les seules données fournies par l'expérience qui permettront de déduire les autres inconnues. Pour déterminer ces vitesses avec une approximation suffisante, la connaissance du temps est encore la condition exigible. Le problème est d'autant plus délicat que, d'une part pour éviter les dépenses exagérées, et d'autre part pour ne pas causer de dommages, on limite la quantité d'explosif ; la zone ébranlée devient dès lors très restreinte et les erreurs sur les durées de propagation prennent une importance considérable. Il est à remar-

ŀ

quer toutefois que dans l'étude des explosions l'heure absolue n'est pas utile, ce qui facilite la résolution de la question ; le temps qui s'écoule entre la déflagration et la réception des ondes seul a besoin d'être connu avec précision.

Parmi les explosions les plus intéressantes, je citerai celles organisées à la Courtine par M. Maurain. Elles ont donné lieu à diverses communications des Instituts de physique du Globe de Paris [7] et de Strasbourg [8]. Les interprétations ont exigé la connaissance du 1/10^e de seconde. Par ailleurs, MM. Maurain et Eblé [9] ont cherché à vérifier expérimentalement pour le calcaire de la région de Gargenville (Seineet-Oise) les vitesses calculées d'après ses propriétés élastiques, en portant leurs efforts sur une bonne détermination de l'heure.

Dans de telles expériences, le point de départ du phénomène étant le plus souvent indiqué par la rupture d'un fil dans un circuit électrique, il suffit d'installer un système d'inscription de secondes et de fractions de seconde pour déterminer le temps écoulé entre l'explosion et l'inscription du premier impetus.

En prospection on est arrivé à apprécier des temps très courts en utilisant des diapasons qui vibrent avec une période de $1/50^{\rm e}$ à $1/100^{\rm e}$ de seconde. Ils portent une fente qui laisse passer un rayon lumineux à intervalles réguliers. O. Meisser et H. Martin [10] ont utilisé une bobine de Ruhmkorff dont le primaire est interrompu par un diapason et le secondaire est branché sur un tube de Geissler. Dans la méthode d'Ambronn [11], basée sur l'emploi de séismoscopes à contact de charbon, le compteur de temps est le plus souvent un vibreur électrique dont la lame a une période propre bien déterminée, 0 s. 03, étalonnée à l'aide d'un régulateur Hatot. Une palette munie d'une ouverture est fixée sur la lame ; elle se déplace devant une petite lampe à incandescence.

Ce sont là, en somme, des procédés mécaniques.

1

Je me suis adressée à une méthode toute différente, permettant de faire varier à volonté la précision requise, celle des « battements électriques ».

CHAPITRE I

BATTEMENTS ÉLECTRIQUES

1. Principe de la méthode.

Réalisation d'un dispositif sensible aux mouvements et capable d'inscrire le temps avec précision.

Soient deux circuits (I, II) d'ondes entretenues, oscillant avec des périodes voisines, T_4 et T_2 , et qui agissent sur un troisième circuit récepteur (III); il en résulte le phénomène des battements, de période Θ , telle que :

$$\Theta = \mathbf{T}_{1}\mathbf{p} = \mathbf{T}_{2} \ (\mathbf{p} \pm 1).$$

p est dans le premier circuit le nombre d'oscillations qui se produisent pendant le temps Θ , d'où :

$$\frac{1}{\Theta} = \pm \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}$$

Si l'on considère les fréquences, on écrira :

$$n = \pm N_2 - N_1$$

En supposant N₂ fixe et N₁ variable, si la formule de Thomson N₁ = $\frac{1}{2\pi\sqrt{C_1L_1}}$ est applicable, et si, d'autre part, C₁ est le seul élément variable, on a : dn = $\pm \frac{1}{2}$ N₁ $\frac{dC_1}{C_1}$.

On peut se rendre compte numériquement de la variation de n avec C, par exemple : $\lambda = 260$ m. C = 0,00078 μ F.

La variation de capacité qui donne naissance à une variation de 10 battements par seconde est exprimée par :

$$10 = \pm \frac{1}{2} \frac{3.10^8}{260} \frac{\mathrm{dC}}{0,00078.9.10^3}$$

d'où :

$$\mathrm{lC} = \pm \frac{10.2.260.0,00078.9.10^3}{3.10^8} = 0,012$$
 u e s

pour $\lambda = 300$ m. C = 0,0011

$$dC = \pm \frac{10.2 \ 300.0,0011.9.10^5}{3.10^8} = 0,019 \ u \ e \ s.$$

Ces chiffres montrent l'extrême sensibilité pour une variation très petite de capacité et la possibilité de mettre celle-ci en évidence. Il suffit, d'autre part, d'inscrire les battements pour connaître à une fraction de seconde près le moment où s'est produite la variation de capacité.

La nouveauté de la méthode consiste à monter le condensateur d'un des circuits, par exemple, sur la masse inerte d'un séismographe. De cette manière, à l'instant où l'appareil reçoit l'impetus, la fréquence des interférences électriques est modifiée et l'on connaît cet instant avec toute la précision que comporte le nombre des battements.

2. Expériences antérieures.

L'idée d'employer ainsi un condensateur variable dans un circuit oscillant est due à M. E. Rothé, qui l'appliqua pendant la guerre (1916) dans l'appareil connu sous le nom de « condensateur microphone ». Le problème qui se posait alors était de recueillir soit des ondes aériennes, soit des sons dans l'eau. Le dispositif est représenté dans la figure ci-contre (fig. 1). On constitue, à l'aide d'un condensateur variable spécial P et d'une self A, un circuit primaire parcouru par des oscillations électriques entretenues fournies par un dispositif à lampes genre « hétérodyne ». On trouvera dans le livre de M. Rothé sur les applications de la télégraphie sans fil [12] les indications nécessaires pour la production de ces ondes. Un circuit secondaire comprend une self B, accouplée avec A, et un condensateur réglable C servant à mettre le circuit secondaire en résonance avec le primaire.

Ce microphone est de tous les types connus celui qui présente le seuil le plus reculé. Il a à peu près la même sensibilité que l'oreille.

Bien que destiné à écouter les sons faibles, l'appareil fonc-

tionnait aussi comme séismomicrophone : il suffisait de produire de très légers chocs pour les entendre très amplifiés.



Fig. 1. - Schéma du condensateur-microphone.

L'inscription pouvait d'ailleurs être réalisée par des téléphones munis de saphirs sur des enregistreurs à cire tels que des dictaphones : l'appareil devenait un séismographe.

3. Dispositif utilisé.

Pour obtenir le dispositif avec lequel j'ai travaillé, il suffisait d'ajouter au montage du « condensateur microphone » un deuxième circuit primaire symétrique du premier par rapport au secondaire. Chacun des deux circuits oscillants comprend : 1º une self à gros fil formant vingt-quatre spires carrées de 10 cm. de côté, non jointives, de façon à diminuer la capacité de cette partie du circuit ; 2º un condensateur à air, variable, de capacité totale de l'ordre de 0,0026 μ F, aux bornes duquel se trouve en dérivation un second condensateur variable de faible capacité. Ce fut d'abord un condensateur cylindrique qui servit à obtenir de très petites variations de capacité pour parfaire le réglage.



Fig. 2. - Schéma du dispositif générateur de battements.

Les longueurs d'ondes obtenues varient de 115 m. à 300 m. environ. La production des ondes entretenues se fait au moyen d'une ou trois lampes triodes ; on utilise, comme dans le condensateur microphone, un montage en dérivation. Un milliampèremètre placé dans le circuit grille renseigne sur l'amorçage des lampes et l'intensité du courant.

Pour la tension plaque j'ai employé successivement des redresseurs spécialement construits et des accumulateurs. Au cours des recherches les valeurs respectives de la self et de la capacité du circuit récepteur furent modifiées. Finalement j'ai pris une self montée sur une carcasse carrée de bois de 10 cm. de côté, identique à celle des selfs des circuits précédemment décrits. Elle est formée de trois couches de 10 spires de fil et est reliée aux bornes d'un condensateur à air de faible capacité de l'ordre de $0,0001 \ \mu F$ (dit compensateur Mesny). Ces bornes sont elles-mêmes reliées à la détection et à l'amplification par deux fils conducteurs fixes, assez longs pour que ces circuits n'agissent pas sur l'appareil générateur de battements.

Je désignerai toujours au cours du travail les circuits émetteurs par les chiffres I et II, le circuit récepteur par le chiffre III. Ce dernier circuit est le siège d'oscillations induites par I et par II. L'ensemble constitue une sorte de double « hétérodyne » (voir schéma, fig. 2, et photographie, fig. 3).

4. Inscription des battements.

Si l'on avait voulu s'astreindre à inscrire sur circ, comme il a été indiqué précédemment, ou à munir la membrane téléphonique du récepteur d'un miroir pour projection optique, l'inscription des battements eût été résolue d'une manière simple en principe, comme le faisait E. C. Fritts [13]. Cette dernière méthode, qui permet d'obtenir des amplifications optiques importantes et variables à volonté, présente l'inconvénient d'être onéreuse, d'un établissement difficile en chambre noire ou dans des boîtes appropriées. Désirant un appareil commode fonctionnant en plein jour et au besoin en campagne, j'ai renoncé à ce mode bien connu d'enregistrement et je me suis efforcée de réaliser un dispositif d'inscription mécanique sur noir de fumée, comme dans la plupart des séismographes.

Il fallait faire appel à un instrument inscrivant des courants faibles et qui présentaient des variations rapides d'intensité, de l'ordre de plusieurs centaines par seconde. L'énergie devait être assez grande pour permettre l'inscription sur du papier enfumé malgré les frottements. L'oscillographe Abraham m'a paru répondre à ces conditions. J'ai employé un des premiers modèles construits, acquis par l'Institut peu de temps après la guerre pour l'inscription des signaux horaires. Ce modèle primitif donne environ 1 mm. 5 de dévia-



Fig. 3. - Ensemble du montage.

tion pour une intensité de 1 milliampère 6. Des types plus sensibles ont été construits depuis lors et il est vraisemblable qu'on arrive couramment aujourd'hui à inscrire des vibrations de l'ordre du 1/1 000^e de seconde, mais comme je n'ai pas cherché à dépasser mécaniquement la fréquence de 350 battements, l'appareil dont je dispose était approprié au travail entrepris.

La plus grande difficulté résidait, pour l'inscription directe des battements, dans l'obtention d'une amplitude suffisante des vibrations. J'avais d'abord utilisé trois lampes triodes, dont les plaques étaient portées à 300 volts. Plus tard j'ai pu supprimer deux lampes et réduire le voltage à 80 volts. La tension plaque pouvait être fournie, comme il a été dit, soit par des accumulateurs, soit par des redresseurs que l'on commençait, au moment où j'ai entrepris mon étude, à construire en T. S. F. et qui ont été mis peu à peu dans le commerce. J'ai eu à ma disposition des appareils de différents types et ai pu ainsi, par des comparaisons, en inscrivant les courants fournis, me convaincre de la qualité de ceux-ci et de l'efficacité du redressement.

Avec un couplage relativement serré des deux circuits émetteurs et du circuit récepteur il suffisait, pour obtenir une bonne inscription, d'utiliser l'amplificateur L_1 , ancien modèle à six lampes de la télégraphie militaire qui était au laboratoire, à condition de choisir de bonnes lampes de construction moderne, notamment pour les étages de basse fréquence.

Plus tard, pour des raisons sur lesquelles je reviendrai, j'ai réalisé un couplage lâche entre les circuits et j'ai dû renforcer l'amplification du L_1 par un deuxième appareil. Le problème de l'amplification est une question générale de T. S. F. qui sortirait du cadre de ce travail. Il est clair que l'équipement actuel des sans-filistes a beaucoup progressé depuis la guerre. Ainsi j'ai pu remplacer l'ensemble par un montage plus simple et de rendement équivalent comprenant uniquement une lampe détectrice et deux étages de basse fréquence. C'est un amplificateur à transformateurs. L'oscillographe est monté en série avec une capacité, l'ensemble est placé aux bornes d'une self de choc intercalée dans le circuit filamentplaque (voir fig. 2). De cette façon le courant moyen fila-



Fig. 4. - Oscillographe sur le chariot mobile.

ment-plaque passe dans la self de choc et les courants variables dans le circuit comprenant la capacité et l'oscillographe. J'ajoute que le choix des amplificateurs et des moyens de détection n'a qu'un rôle secondaire dans la réalisation des battements, mais il intervient dans la valeur de l'amplitude. Les premières inscriptions ont été faites à l'aide du système de dérouleur Boulitte à bande de papier utilisé pendant la guerre pour le repérage par le son et que les laboratoires avaient adopté pour l'inscription des signaux horaires; mais la vitesse de déroulement, assez irrégulière d'ailleurs, n'était que de 7 cm. par seconde. De plus, l'enfumage était d'un réglage délicat et devait être constamment surveillé à cause des dangers d'incendie. La bande, lorsque les essais étaient un peu longs, ne pouvait être fixée aisément au fur et à mesure de sa formation; elle était sujette à s'abîmer. Enfin le maniement en était difficile et le dépouillement incommode.

L'acquisition par l'Institut d'un cylindre enregistreur électrique universel Boulitte a supprimé la plupart de ces inconvénients. Un chariot à poulie, construit et monté spécialement, portant l'oscillographe et un chronographe direct de Jacquet au $1/5^{e}$ de seconde, se déplace parallèlement à l'axe du cylindre (voir photographie, fig. 4). La vitesse de 11 cm. par seconde permet l'inscription convenable des battements pendant plusieurs minutes consécutives sur une même feuille. En prenant les précautions que je signalerai dans l'exposé du travail, j'ai obtenu ainsi des résultats très satisfaisants.

CHAPITRE II

Étude de la stabilité du dispositif

1. Influence de la température.

Pour que les battements puissent servir simultanément d'une part à diviser régulièrement le temps, d'autre part à révéler un changement de capacité ou de self sous l'action d'une certaine perturbation, il faut avant toute autre condition que leur fréquence soit constante et que la loi de leur courbe d'inscription reste la même quand la perturbation considérée ne se produit pas.

Il y a lieu d'envisager plusieurs causes de variations.

Les influences électriques extérieures sont fiminuées quand les parties essentielles des trois circuits précédemment décrits sont placées à l'intérieur d'une cage de Faraday. Dans les premières mesures que j'ai faites, le dispositif était assez peu encombrant pour qu'une caisse grillagée formée de mailles serrées de laiton ait pu les contenir (dimensions : 74 cm., 36 cm., 36 cm.); les fils extérieurs d'amenée des courants furent par précaution entourés de tubes protecteurs métalliques mis au sol (tubes Bergmann).

Pour observer la constance j'ai d'abord suivi les battements au téléphone. C'est ce que dans la suite, pour simplifier le langage, j'appellerai la « méthode auditive ». A mon étonnement, j'ai observé une modification continue de la hauteur des battements, analogue à celle que produirait un changement progressif de capacité dans un des circuits émetteurs. Ainsi, partant d'un son aigu, la hauteur diminuait, les battements cessaient, puis leur nombre augmentait. J'ai alors songé à l'influence des variations de température dans la cage et y ai installé un thermomètre au $1/5^{e}$ de degré, dont je pouvais apprécier aisément le 1/4 de division, et j'ai constaté que la température s'élevait en même temps que le son changeait. Au bout d'un temps de l'ordre de trente-six minutes dans les conditions où j'opérais, le son semblait se stabiliser, autant que je pouvais m'en assurer par suite de la hauteur difficile à apprécier, le son étant très aigu.

Inversement, si après extinction des lampes, la température étant redescendue à sa valeur initiale, les circuits étaient excités à nouveau, les battements se reproduisaient, eux aussi, dans les conditions primitives.

Pour mieux juger du phénomène, je fis une inscription sur l'appareil Boulitte à bande de papier. Les résultats du dépouillement de la bande obtenue figurent dans la courbe (fig. 5), où les temps sont portés en abscisses et le nombre des



Fig. 5. — Courbes de variation du nombre des battements et de la température.

battements par seconde en ordonnées. La courbe de variation de température à l'intérieur de la cage est représentée audessus de la précédente ; la température est restée comprise entre 18°2 et 19°05 pendant les dix premières minutes de marche. Des perturbations plus ou moins irrégulières se produisent pendant les premières minutes de chauffage. Pour les éviter et aussi pour diminuer la longueur de bande enfumée utile, je n'ai inscrit les battements tout d'abord que de la troisième jusqu'à la dixième minute. La courbe montre que la variation moyenne a été de 10 battements, en 8 secondes avec une variation de température de 1/14^e de degré par minute.

Je n'ai représenté dans le graphique que la ligne moyenne passant par les points. La photographie (fig. 6) représente un fragment de la bande.



Fig. 6. — Fragment d'inscription sur bande (longueur réelle : 1 s. = 7 cm.).

Au bout de 39 minutes, sans avoir interrompu le fonctionnement des lampes, je procédai à une deuxième inscription, après avoir toutefois agi sur la capacité réglable d'un des circuits, afin de ramener les battements à une fréquence inscriptible dans les limites de mon dispositif (350 battements, comme il a été dit plus haut). Le dépouillement de l'inscription donne une courbe qui accuse une pente moyenne de 10 battements en 13 secondes. La variation moyenne de la





température ne fut plus alors que de $3/50^{e}$ de degré, comme on peut s'en rendre compte d'après le graphique (fig. 7).

SÉRIE A, TRAVAUX.

Enfin une troisième inscription réalisée de la 55° à la 59° minute conduit à une pente un peu plus faible, 10 battements en 14 à 15 secondes, la température n'ayant varié que de $1/50^{\circ}$ par minute.

Ainsi, au bout d'une heure, la stabilité n'était pas encore absolument atteinte, et ces premières expériences montrent combien les battements sont sensibles aux faibles variations de température dues à des causes diverses. Tout d'abord, le régime de chauffage des lampes n'est pas immédiatement obtenu. Bedeau [14] met les lampes en circuit une demiheure environ avant toute mesure, afin de rendre plus constant le courant de chauffage du filament.

On sait bien, en effet, comme l'ont confirmé les travaux de Eccle et Vincent [15] [16], que la constance du courant de chauffage a une influence importante. Mais la longue durée d'instabilité que je mettais en évidence prouvait bien que d'autres causes de perturbation interviennent.

On peut renverser le problème et, comme Sucksmith [17], utiliser l'extrême sensibilité du dispositif des battements pour déceler des variations de température de l'ordre de 1/16 000^e de degré centigrade. Il était naturel d'incriminer une variation dissymétrique de capacité ou de self dans les circuits émetteurs, ou dans le circuit récepteur, due à l'action de la chaleur émise par les lampes, bien que les calculs de variation de capacité sous l'influence de dilatations, d'ailleurs forcément très approximatifs, ne concordent pas avec les résultats d'expériences. J'ai pourtant pris à partir de ce moment toutes les précautions nécessaires : c'est ainsi que les fils joignant le filament à la self des circuits oscillants qui passaient au voisinage de la partie chauffante de la lampe furent courbés en sens inverse. Les extrémités des fils de self aboutissant au condensateur furent également écartées le plus possible des lampes. Des inscriptions partielles furent faites quelques secondes au début et à la fin des expériences, le temps écoulé dans l'intervalle étant chronométré. Ces précautions apportèrent une amélioration ; la variation moyenne passa de 200 battements en 4 minutes 40 secondes à 200 battements en 8 minutes 11 secondes.

Je plaçai ensuite des écrans d'amiante successivement sur les diverses parties des circuits. Par exemple le condensateur du circuit récepteur fut seul protégé du chauffage des lampes; la variation fut de 200 battements en 6 minutes 24 secondes. Lorsque les écrans étaient mis entre les lampes et les condensateurs variables des circuits émetteurs, la variation restait de l'ordre de 200 battements en 8 minutes 20 secondes.

Ainsi la protection des divers éléments enfermés dans la cage faisait varier la pente des courbes représentant la modification des hauteurs des battements en fonction du temps, sans toutefois la supprimer.

Des essais de différentes lampes émettrices n'apportèrent pas non plus de solution au problème de la stabilité.

De ces tentatives résultait la conclusion qu'il était indispensable de retirer les triodes de la cage protectrice et de les placer à distance, par exemple sous la table, dans une seconde cage de Faraday. J'ai appris que Belz [18] avait également été conduit à mettre les lampes dans une boîte à part entourée d'amiante et que W. Werner et W. H. Keesom [19] avaient éliminé l'effet dû à l'échauffement des lampes en les couvrant d'une enveloppe métallique maintenue à température constante par un courant d'eau. Mes conclusions sont donc bien d'accord avec celles de divers auteurs.

Les lampes étant séparées des autres parties des circuits, une inscription fut faite avec l'appareil à bande pendant 9 minutes 10 secondes. Je dépouillai les résultats non plus seconde par seconde, comme dans les premiers essais, mais de 10 secondes en 10 secondes, sauf toutefois pour deux régions prises au hasard, afin de me rendre compte des écarts produits d'un instant à l'autre. Pendant l'inscription la température passa de 15°2 à 15°4. La pente moyenne de variation ne correspondait plus qu'à 10 battements en 180 secondes, ce qui montre que l'isolement des lampes apporte,





Fig. 8. — Variation du nombre des battements après éloignement des lampes.

Cependant les écarts d'une seconde à l'autre pouvant encore atteindre 20 battements et davantage, une stabilité suffisante n'était pas encore obtenue. Si les battements pouvaient déjà être susceptibles de certaines applications, les variations rapides rendaient impossibles des mesures de précision; il convenait en tout cas de rechercher les dernières causes de variations.

2. Influence du mouvement au voisinage de l'appareil.

Si l'on se rappelle que le dispositif peut être appliqué en microphonie, on conçoit qu'en raison de sa très grande sensibilité il présente par là même de l'instabilité au moindre déplacement relatif des différentes parties du circuit. Il était indispensable d'éviter tous les mouvements ou déplacements parasites. D'ailleurs d'autres auteurs que moi ont pris des précautions de ce genre en vue de mesures précises. Belz avait établi son appareil au rez-de-chaussée sur des amortisseurs en caoutchouc reposant sur des piliers de pierre. Wagstaff [20] était obligé d'opérer entre minuit et trois heures du matin. Bedeau [14] montait les cages de Faraday sur des supports de caoutchouc et la lampe oscillatrice était suspendue à des fils de même substance.

Au cours de ces premiers essais, j'ai dit que l'inscripteur était l'appareil à bande; il était installé dans le laboratoire même où les battements étaient émis. Les mouvements qu'il me fallait faire pour étendre sur le sol la bande enfumée, d'une part, et d'autre part la rotation même du dérouleur, étaient autant de causes d'ébranlement défavorables à la stabilité.

De nouveaux essais réalisés avec le cylindre enregistreur électrique Boulitte montrèrent une amélioration sensible, comme on peut s'en rendre compte par l'examen des deux graphiques ci-dessous. L'un (fig. 9) est extrait de la courbe



Fig. 9. - Inscripteur à bande, Variation des battements.

(fig. 8) et représente dans tous ses détails les variations inscrites par le premier appareil dont la bande était entraînée par un mouvement d'horlogerie ; l'autre (fig. 10) correspond



Fig. 10. - Enregistreur électrique. Variation des battements.

à l'enregistrement électrique. La fig. 11 reproduit un fragment d'inscription obtenue avec l'enregistreur électrique.

Pour la comparaison, il y a lieu de tenir compte du fait

que le premier graphique a été obtenu dans le cours de la journée, alors que le second correspond à des expériences



Fig. 11. — Fragment d'inscription par enregistrement électrique (longueur réelle : 1 s. = 11 cm.)

exécutées à quatre heures du matin. Le laboratoire se trouve sur un boulevard fréquenté; les mesures de nuit sont plus favorables. J'ai voulu me rendre compte des perturbations apportées par le passage des véhicules, et c'est déjà là une expérience dans la voie de la séismologie appliquée. Sur la courbe (fig. 12), on peut constater l'effet produit par le passage d'un auto-camion, la fréquence varie de 172 bat. sec. à 80 bat./sec.



Fig. 12. - Passage d'un auto-camion.

L'inscription (fig. 13) traduit les perturbations apportées par un tramway et par un camion.



Fig. 13. - Passage d'un tramway et d'un camion.

L'inscription reproduite par le graphique (fig. 14), faite le même jour que les deux précédentes mais à quatre heures du matin, montre que cette heure matinale est, toutes choses égales d'ailleurs, favorable à la stabilité.



Fig. 14. - Inscription à quatre heures du matin.

D'autres améliorations furent encore apportées; telle la suppression du fil double torsadé assurant la liaison entre l'amplificateur et l'oscillographe et suivant son déplacement sur le chariot le long du cylindre enregistreur. J'ai déjà indiqué combien des déformations des circuits, même insignifiantes en apparence, sont nuisibles à la constance des battements. La connexion entre l'amplificateur et l'oscillographe fut assurée par l'intermédiaire de fils fixes indéformables terminés par des rubans de cuivre se déplaçant pendant la marche du chariot, dans des rainures remplies de mercure et creusées dans un bloc de bois disposé parallèlement à l'axe du cylindre. Le mercure était, en outre, en liaison avec les fils venant de l'amplificateur. Le graphique (fig. 15) montre nettement l'amélioration apportée par cette modification du montage.





Il est à remarquer que la stabilité subsiste pendant un temps très court, ce que l'on peut mettre en évidence par un dépouillement par $1/10^{\text{e}}$ de seconde (voir graphique, fig. 16).



L'agitation microséismique présentait une assez grande importance au moment de ces essais. La sensibilité aux vibrations extérieures était telle que je me suis demandé s'il n'y avait pas lieu d'établir un rapprochement entre les courbes de variations des battements et le mouvement microséismique. Des inscriptions faites à une heure déterminée permettent de comparer sinon les intensités, du moins les périodes des deux phénomènes considérés. Si la plupart des observations ne conduisent à aucune conclusion positive, certains des fragments reproduits ci-dessous (fig. 17) peuvent faire croire à une influence possible de l'agitation micro-



séismique. On peut remarquer notamment que la période de 6 secondes est commune aux diverses inscriptions, pendant un temps très court il est vrai, vers 4 h. 22 m. L'appareil tel qu'il était dans cette phase de mon travail pouvait être perturbé par l'agitation, mais n'était pas en état de l'inscrire régulièrement, et je me réserve de revenir plus tard sur ce sujet.

J'ai enfin mis aisément en évidence l'influence du moteur électrique entraînant l'enregistreur et perturbant les battements par suite des vibrations qu'il communiquait à l'ensemble de l'appareil générateur. L'inscription (fig. 18) fait clairement ressortir cette action.



Fig. 18. - Effet du moteur d'entrainement.

Le déplacement du cylindre à la main donne des sinusoïdes régulières; elles se déforment sous l'action du moteur et simulent des interférences. Cette cause immédiate d'erreurs fut évitée par l'installation du cylindre dans une pièce de l'étage supérieur, le reste du dispositif demeurant au rezde-chaussée. La stabilité ne fut pas encore parfaitement réalisée, ainsi qu'on le voit sur la courbe ci-jointe (fig. 19) qui cependant dénote un réel progrès sur les résultats précédents. Il est utile d'ajouter qu'au cours de ces premières





expériences les couplages étaient très serrés et la sensibilité de l'appareil très grande, comme la théorie de la résonance permet de le prévoir, si bien que la variation d'une unité dans le nombre des battements ne correspondait alors qu'à une variation très petite de la capacité. Le défaut de stabilité est un corollaire de la grande sensibilité.

3. Cas d'un couplage lâche.

Toutes ces expériences furent faites avec le couplage serré qui assure la sensibilité microphonique. Plus tard, pour des raisons que j'indiquerai, les circuits furent éloignés les uns des autres et le système perdit beaucoup de sa sensibilité aux mouvements ou bruits extérieurs : l'appareil cessait d'être un microphone ultra-sensible.

Par contre, le faible couplage permettant une résonance simple entre deux ondes bien définies avec une courbe à un seul maximum, la théorie se simplifiait ; les courbes des battements devenaient plus normales et se rapprochaient davantage de sinusoïdes. Le fait d'éloigner les bobines l'une de l'autre à des distances de 60 cm. m'obligea à renoncer à l'usage des cages de Faraday. La pratique montra que l'inconvénient de cette suppression était faible : la salle en ciment armé qui contenait le dispositif électrique étant isolée, les fils à poste fixe, l'opératrice se tenant à l'étage supérieur, aucune variation de self ou de capacité ne pouvant intervenir, je réussis à atteindre sans cage métallique une stabilité tout à fait satisfaisante, susceptible de mesures précises, comme le montre le graphique (fig. 20), dont je ne



Fig. 20. - Battements en couplage lâche.

reproduis qu'un fragment d'une zone de 180 secondes pendant lesquelles la fréquence est restée comprise, à partir de la 15^e seconde, entre 116 et 117 battements. Dans le reste de l'inscription vient ensuite une région correspondant à 92 secondes pendant lesquelles la fréquence est de 117 à 118 bat./sec., et enfin, pendant encore 238 secondes, on compte 119 à 120 bat./sec. La stabilité a donc atteint dans ce nouveau dispositif une perfection suffisante.

CHAPITRE III

Étude préliminaire

DU PHÉNOMÈNE DES BATTEMENTS ÉLECTRIQUES

1. Forme des courbes de battements.

La stabilité étant assurée, il était possible de procéder à une étude systématique des battements. Mon attention fut d'abord appelée sur leur forme compliquée quand le nombre des battements par seconde était peu élevé, de l'ordre de 50 par exemple, ou au-dessous. Je remarquai que les courbes inscrites rappelaient celle obtenue en inscrivant avec l'ap-

MMMMMMMMMMMM appareil de synthèse.

Fig. 21. — Forme⁻des battements et comparaison avec une courbe fournie par l'appareil de synthèse.

pareil de synthèse des mouvements périodiques [21] la résultante d'un mouvement sinusoïdal et de l'harmonique.

Les graphiques ci-dessus rendent compte de l'analogie. On trouve ces formes également avec les couplages lâches pour les battements au voisinage de la résonance. De plus, en faisant varier la capacité du condensateur de l'un des circuits, je trouvai de nombreuses valeurs successives pour lesquelles des battements étaient perceptibles à l'oreille avec le téléphone, sans que l'intensité fût suffisante pour l'inscription. Celle-ci n'était possible que dans des conditions précises.

2. Mesures électriques des circuits.

L'étude électrique des battements comporte celle des selfs et des capacités des circuits qui déterminent leur longueur d'onde.

Capacité. — Les capacités variables furent comparées à celle d'un ondemètre étalonné.

Le condensateur nº 983 a une capacité variant de 0,000065 μ F pour la division 0 à 0,00173-178 μ F pour la division 120. Le condensateur nº 937 varie de 0,00010 μ F à 0,00193 μ F.

Selfs. — Les valeurs des selfs peuvent être calculées par des formules classiques, mais approximatives. J'ai préféré les déterminer expérimentalement à l'aide d'une self étalon et de l'ondemètre déjà cité dont les selfs sont aussi connues.

Il était facile en employant, comme pour les capacités, la méthode de la résonance en couplage lâche, de se rendre compte de l'idendité des selfs des circuits émetteurs. Pour connaître leur grandeur, je les comparai à une self étalon dont la forme spéciale permet de déterminer directement la valeur par le calcul.

La carcasse est un tore de bois de 7 cm. de rayon moyen; la longueur moyenne de la circonférence est donc $l = 14 \pi$.

La section est s = 6, 6. Le nombre de spires N = 44.

D'après la formule simple donnée dans [12]

J

 $L = 4 \pi N^2 s \frac{1}{l} = 19800 u e m = 0,0000198$ henry.

Les selfs des circuits émetteurs furent trouvées de l'ordre de 23 000 à 25 000 u e m.

Longueurs d'onde. — Les longueurs d'onde furent déterminées également à l'aide de l'ondemètre. Elles figurent dans les tableaux et courbes ci-après (fig. 22) et sont exprimées par rapport aux divisions des condensateurs.

- 30 -

Circuit II Divisions	Condensateur nº 937 λ (en m.)	Circuit I Divisions	Condensateur nº 983 λ (en m.)
$\begin{array}{c} 30\\ 31\\ 32\\ 33\\ 34\\ 35,5\\ 39\\ 41,5\\ 45,5\\ 48,5\\ 5\end{array}$	$\begin{array}{c} \hline & 200 \\ 203 \\ 210 \\ 213 \\ 216 \\ 220 \\ 230 \\ 240 \\ 250 \\ 260 \\ 260 \\ 250 \\ 260 \\ 260 \\ 250 \\ 260 \\ 260 \\ 250 \\ 260 \\ 260 \\ 250 \\ 260 \\ 200 \\ 2$	$ 30 \\ 35 \\ 40 \\ 45 \\ 50 \\ 55 \\ 50 $	180 203 212 229 248 256 268
52 54,5 55 56 57 58 62	270 280 282 285 289 291 300	60 70	268 290

Mesures de contrôle. — Pour vérifier approximativement la concordance des mesures précédentes, j'ai réalisé des battements pour différents réglages des circuits I et II. J'ai supposé valable la formule classique simple de Thomson $T = 2 \pi \sqrt{CL}$ pour une self constante $\lambda = vT$. Si $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = x$ $\frac{\sqrt{C_2}}{\sqrt{C_1}} = x$, d'où : $\frac{C_2}{C_1} = x^2$.

J'ai tenu compte dans le circuit I de la présence en dérivation aux bornes C_1 C_2 d'un condensateur cylindrique supplémentaire de réglage.

Circui C ₂ µF	t II λ mètres	Circu C ₁ µF	it I λ mètres	$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = x$	$\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2$	$\frac{C_2}{C_1} = x^2$
0,00072 64 69 78 80	$252 \\ 235 \\ 245 \\ 265 \\ 270$	0,00046 39 44 55 64	203 181 197 216 235	$1,24 \\ 1,29 \\ 1,24 \\ 1,22 \\ 1,15$	1,54 1,69 1,54 1,50 1,32	1,56 1,64 1,57 1,44 1,25

3. Conditions de formation des battements.

Des expériences de contrôle analogues à la précédente ont été instituées pour déterminer les conditions de formation





des battements. Le circuit récepteur, qui fut plusieurs fois modifié au cours des expériences, fut naturellement aussi étalonné.

Dans ces conditions, j'ai constaté :

1º Si $\lambda_{II} = \lambda_{III} = 235$ mètres, les valeurs de λ_4 , pour les-

quelles les battements se produisaient, étaient : 185, 203, 235, 245, 253, 272, 400 et 466 m.

En résumé, les λ_1 se groupent autour de la valeur commune :

$$\lambda_{\rm H} = \lambda_{\rm HI} = 235$$
 mètres

et autour de :

$$2 \lambda_{II} = 2 \lambda_{III}$$
.

Pour $\lambda_1 = 235$ m., qui correspondrait aux conditions normales d'obtention des battements, ceux-ci n'existaient que dans les notes hautes, non inscriptibles, et disparaissaient vers les fréquences les plus basses, et non pas seulement pour la résonance proprement dite. Ce phénomène a déjà été signalé et étudié par Mercier [22] et consiste, si le couplage est serré, dans la disparition brusque des battements lorsqu'on cherche à amener deux oscillateurs à l'accord parfait. Il se produit une *plage de synchronisation*. La même constatation a été faite par Wolf [23].

2° Si $\lambda_{II} = \lambda_{III} = 265$ m., les valeurs de λ_1 étaient : 135, 140, 149, 159, 190, 200, 213, 217, 227, 261 (valeur qui correspond évidemment à 265 m. et donne comme précédemment une coupure dans les battements lorsqu'on approche de la résonance), 286, 297, 325, 434, 443, 449, 455, 463, 473, 482, 496 m.

La répartition des λ_1 est identique à celle de l'expérience précédente; on relève un groupe de valeurs inférieures à 265 m., un groupe de valeurs supérieures, l'accord des trois longueurs d'ondes avec le phénomène de coupure signalé, un groupe de valeurs inférieures à 265 m.×2. Le groupe de valeurs supérieures manque, parce que les montages ne permettent pas pour elles un bon fonctionnement.

Des expériences réalisées dans des conditions symétriques, c'est-à-dire $\lambda_1 = \lambda_{111}$, ont donné des résultats analogues pour les valeurs que devait prendre λ_{11} .

3° Si $\lambda_{II} = C^{te}$ $\lambda_{III} = C^{te}$ mais $\lambda_{II} \neq \lambda_{III}$.

J'ai cherché les différentes valeurs de λ_1 donnant le phénomène des battements.

1 ^{er} exemple :	1	2 ^e exemple :
λιι = 265 m. λιιι =	= 320 m.	$\lambda_{\rm H} = 235 \text{ m}$. $\lambda_{\rm HI} = 244 \text{ m}$.
	(135)	
) —	(100)	
137 m		λr —
107	(140)	143
149	(149)	150
155	(110)	100
	(159)	157
175	(100)	168
190	(190)	186*
	(200)	100
208		209
	(213)	235 (coupure des battements
217	(217)	de basse fréquence)
227		i i i i i
261 (coupure)	(261)	255*
273	ì í	267
283		278
	(286)	290
295	· · ·	295
	(297)	
322	(325)	
330		
342		403
354		415
	(434)	425
	(443)	
449	(449)	447
459	(455)	463*
	(463)	
471	(473)	•
479		
	(482)	485
490	(100)	
	(496)	498

- 33 -

Les valeurs trouvées dans l'expérience précédente ont été reportées entre parenthèses, pour mieux mettre en évidence les nouveaux points d'accord dus à l'introduction d'une troisième longueur d'onde différente des deux autres.

On peut penser que la complexité du problème résulte encore d'un couplage trop serré entre les circuits provoquant d'une part *la coupure des battements pour des périodes communes dans les circuits émetteurs*, et d'autre part donnant naissance à des périodes d'accord dans les circuits considérés. Phénomène analogue à celui qui se produit dans deux

SÉRIE A, TRAVAUX.

٩

3

circuits accouplés de période T; deux oscillations prennent naissance, $T_1 < T < T_2$, et T_1 et T_2 diffèrent d'autant plus de T que le couplage est plus serré. L'oscillation de période la plus courte a la plus grande amplitude. Ceci est lié à la grande sensibilité du dispositif employé dans les premiers essais.

D'ailleurs les battements ne se produisent pas avec la même intensité dans chacun des cas. Ainsi toutes les inscriptions correspondant aux nombres trouvés dans le deuxième exemple cité plus haut ont été réalisées. Seuls les réglages marqués d'un astérisque ont fourni de bonnes inscriptions. C'est donc pour des valeurs précises des longueurs d'ondes des trois circuits que les battements ont une intensité maximum.

J'aurais pu m'arrêter aux conditions dans lesquelles il était possible d'inscrire le phénomène, mais l'appareil accusait alors une telle sensibilité qu'il eût été très difficile de le soustraire aux perturbations parasites ; et ainsi apparaissait la nécessité, comme je l'ai déjà indiqué (p. 24), de désaccoupler les circuits et de se placer dans les conditions théoriques les plus simples.

4. Résultats expérimentaux en couplage lâche.

En couplage serré, la distance des bobines d'induction des circuits I et II à la self du circuit III était de 5 cm. Des essais successifs m'ont montré que la distance de 60 cm. était celle qui permettait de resserrer le plus la plage de synchronisation comprise entre deux coupures de battements, tout en mettant en jeu une énergie suffisante pour une inscription avec amplification convenable.

Dans ces conditions, le petit condensateur cylindrique en dérivation aux bornes C_1 et C_2 de la capacité du circuit I (voir p. 6) était remplacé, pour des raisons qui seront exposées dans le chapitre suivant, par un condensateur plan. J'ai alors entrepris une série d'expériences destinées au tracé de

÷

courbes montrant comment les battements varient en fonction de la variation de capacité¹.

Le condensateur plan de mesure, dont la description sera donnée plus loin (voir p. 40), avait des armatures rectangulaires de dimensions 7 cm. 5 et 2 cm. 2 ; leur distance E était variable, mais pouvait être déterminée à 2 μ près. La capacité fut calculée par rapport à cette distance en appliquant la formule simple C = $\frac{S}{4\pi E}$

Les circuits I, II et III furent accordés sur la même longueur d'onde $\lambda = 260$ m.; en relevant ou en abaissant l'armature supérieure du condensateur plan, j'obtenais les battements que j'inscrivais.

J'indique dès maintenant, pour la compréhension du tableau ci-dessous, que les distances sont mesurées par des tours de vis et que chaque tour de vis correspond à un déplacement de 200 μ . On trouvera plus loin, p. 42, la description détaillée du dispositif.

Emploi d'accumulateurs. — Avec les tensions plaques des lampes des circuits I et II *fournies par des accumulateurs*, j'ai trouvé les résultats ci-dessous :

	Distance E	Capacité du condensateur plan en u e s	Battements
10	10 ^t 10	6,5001	156
	20	6,4364	101
	30	6,3739	47
	70	6,1356	151
1	80	6,0788	198
	90	6,0230	245
20	10 ^t 60	6,1935	157
	70	6,1356	107
	80	6,0788	58
	11 ^t 10	5,9145	78
	20	5.8617	121
	30	5,8098	165

1. Des expériences préliminaires réalisées avec le condensateur cylindrique avaient mis en évidence la complication du phénomène dans le cas du couplage serré.

Distance E	Capacité du condensateur plan en u e s	Battements
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c} 6,5001\\ 6,4364\\ 6,3739\\ 6,1935\\ 6,1356\\ 6,0788\end{array}$	$\begin{array}{c} 189 \\ 120 \\ 51-54 \\ 53-55 \\ 55 \end{array} \right) \ \ {\rm région} \\ {\rm perturbée} \\ 100-101 \end{array}$
90 11 ^t 00	6,0230 5,9682	161 215

Comparaison des résultats. — Les graphiques (fig. 23) montrent qu'en se servant d'accumulateurs, les courbes obtenues se rapprochent beaucoup de celle qui correspond à la formule connue : dn = $\pm \frac{1}{2} N \frac{dC}{C}$

On a déjà vu, page 4, que si $\lambda = 260$ m. $C = 0,00078 \,\mu F$

 $dn = \pm \frac{1}{2} \; \frac{3.10^8}{260} \; \frac{\Delta C}{0,00078 \; . \; 9.10^5}$

on peut calculer le nombre de battements correspondant à dC = 0,1 u e s et l'on trouve le chiffre théorique de 81 battements environ.

Les résultats expérimentaux cités donnent une variation de l'ordre de 80 à 90 battements pour dC = 0.1 u e s.

Lorsque l'entretien est fait par l'intermédiaire de redresseurs, les deux droites traduisant la variation de dn avec dC ne se coupent plus au voisinage de l'ordonnée n = 0 et la variation correspond à 113 battements pour 0,1 u e s. Les redresseurs amènent donc une complication analogue à celle que j'avais observée en couplage serré.

1. J'ai utilisé le modèle « Elcosa » construit par la maison Electro-Construction S. A., Metzgerau-Strasbourg.

{


J'ai également constaté expérimentalement que l'emploi

Fig. 23. — Nombre des battements en fonction de la capacité (accumulateurs, redresseurs).

dans le troisième circuit d'une longueur d'onde différente de celle des circuits I et II produisait un effet de même genre; ~

les droites figurant la variation de n avec C ont un coefficient angulaire plus élevé et elles se coupent au delà de l'ordonnée n = 0, de telle manière que, sur une grande étendue de variation de capacité, il n'y a plus de battements. Pourtant ce phénomène ne saurait être confondu avec celui qui correspond aux constatations expérimentales suivantes.

Limite inférieure du nombre des battements. — Même dans les mesures faites avec des accumulateurs, je n'ai pas signalé de battements de fréquence inférieure à 43 bat./sec., car si pour n > 50 les battements sont réguliers et de forme sinusoïdale, pour n < 50 ils sont en général de forme compliquée, quelquefois si irréguliers qu'il devient impossible de les compter; conditions mauvaises pour les mesures de temps que j'avais en vue. Les nombreuses expériences que j'ai faites avec des amplificateurs de divers types m'ont convaincue que ceux-ci ont un rôle dans la déformation des battements, car la forme des inscriptions change avec le type utilisé. Toutefois, quelle que soit l'amplification, la région perturbée existe toujours.

Ces irrégularités peuvent s'expliquer de deux façons : ou bien, au voisinage de la région de coupure des battements, les circuits I etII se synchronisent un peu avant la résonance vraie et les courbes inscrites par l'oscillographe correspondent à des oscillations parasites ; ou bien, s'il n'y a pas synchronisation, les battements ont une trop faible intensité et sont déformés par les oscillations parasites importantes venant de l'amplification.

Il est clair que des mesures précises ne peuvent être faites qu'à condition de s'éloigner de la région perturbée.

Comparaison des résultats pour des distances variables des armatures. — Enfin, pour terminer, je rapporterai les résultats des mesures qui fixent le rôle possible de la distance des armatures, les trois circuits ayant comme précédemment une même longueur d'onde $\lambda = 260$ m., et le condensateur plan ayant le même rôle dans le montage. _ 39 _

E distance des armatures	Nombre de battements	Variation du nombre des battements	Capacité en u e s du condensateur plan	ΔC	Valeur de AC en u e s pour une variation de 100 battements
$\begin{array}{c} 6^{t} 70 = 1340 \ \mu \\ 75 \\ 80 \\ 90 \\ 95 \\ 9^{t} 80 = 1960 \ \mu \end{array}$	156-156 94-95 35 79 136-137 209-208	61 60 114 58 57	9,7986 7260 6545 5146 4461 6,6991	0,0726 0,0715 0,1399 0,0685 0,0677	0,119 0,119 0,125 passage àlaróso- 0,118 nance 0,118
90 $10^{t} 0$ 30 40 $11^{t} 70 = 2340 \mu$	151-151 $96-96$ $62-62$ $113-114$ $174-174$	55 158 52	6314 5651 3739 3126 5.6112	0,0663 0,1912 0,0613	0,114 0,122 passage à la réso- 0,117 nance
60 50 20 10 11 ^t 0	132-133 90 37 83 129-128	42 43 127 46 46 46	6595 7088 8617 9145 9682	0,0483 0,0493 0,1529 0,0528 0,0537 0,0548	0,114 0,114 0,120 0,114 0,116 0,116
$10^{t} 90$ $13^{t} 10 = 2620 \ \mu$ 20 30 40 50	177-175 202-202 170-169 136-137 106-105 74	32 33 32 32 32 475	6,0230 5,0115 4,9735 4,9362 4,8993 4,8630	0,0348 0,0380 0,0373 0,0369 0,0363 0,2069	0,118 0,118 0,113 0,115 0,113 0,118

Ĩ

ę

E distance des armatures	Nombre de battements	Variation du nombre des battements	Capacité en u e s du condensateur plan	ΔC	Valeur de ΔC en u e s pour une variation de 100 battements
20	129	28	4,6233	0,0328	0,117
$33^{t} 70 = 6740 \ \mu$ 90	111-110 101-100	10	1,9482 1,9366	0,0116	0,116
34 00	97	20	1,9309	0,0057 0,0169	0,113
30 38 00	82-80 94	175	1,9140 1,7276	0,1864	0,106
50 $46^{\ddagger} 50 = 9300 \mu$	112 90-90	18	1,7050 1,4118	0,0224	0,124
45 50	121-121	31 [·] 15	1,4429	0,0311 0,0160	0,100 0,107
$\begin{array}{c} 00 \\ 43^{t} 50 = 8700 \mu \end{array}$	136-136 238	4.0	1,4589 1,5092		0,0875
10	222 211	16 11	1,5232	0,0140 0,0143	0,130
43 50	237	26 55	1,5092	0,0283 0,0539	0,098
$\begin{array}{l} 42 \ 00 \\ \\ 10^{t} \ 30 = 2060 \ \mu \end{array}$	183-180 286	50	1,5631 6,3739		
40 50	234-233	52 52	6,3126 6,2525	0,0613 0,0601	0,118 0,115
60	131-129	52	6,1935	0,0590	0,115

--- 40.---

Résultats et conclusions. — Ces résultats obtenus avec un appareil de précision ont une double utilité : d'une part ils renseignent d'une manière claire sur les conditions d'utilisation des battements; d'autre part ils montrent la concor-



1

Ĵ,

١

dance pour une même variation de capacité entre la théorie et l'expérience, en permettant de calculer la variation du nombre des battements pour $\Delta C = 0,1$ u e s et à partir de hauteurs différentes des armatures. On a ainsi :

Е	ΔC	Variation du nombre des battements	Différences par rapport à la moyenne
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	83 83 87 84 82 Moyenne : 84	$1 \\1 \\ +3 \\ 0 \\2$

Ce dernier tableau prouve qu'il est possible, dans les conditions de ce travail, d'admettre la loi simple classique de formation des battements.

L'examen des valeurs figurant dans le tableau ci-dessus montre que de 6^t 70 à 33^t 70 la variation de capacité correspondant à 100 battements est au voisinage de 0,118, quelle que soit la hauteur considérée. On peut donc dire que réciproquement, dans ces limites, la formule simple exprimant la capacité du condensateur plan $C = \frac{S}{4\pi E}$ est valable.

Remarque. — Il y a lieu de signaler dans le tableau de la p. 37 la légère discordance qui apparaît au passage à la résonance. Diverses expériences m'ont montré qu'à de rares exceptions près, même avec les accumulateurs et sans doute à cause de la difficulté d'accorder rigoureusement λ_{II} et λ_{III} , les droites exprimant la variation de n avec ΔC ne se coupent pas exactement à l'ordonnée zéro. C'est ce qui explique sans doute les différences de la dernière colonne.

Si l'on voulait utiliser directement la variation du nombre des battements pour calculer le changement de capacité, il serait nécessaire de se placer dans les conditions correspondant à l'une seulement des branches de courbe.

CHAPITRE IV

Emploi de condensateurs a faible capacité et a petite variation pour mesures et méthodes de comparaison

1. Description.

Le chapitre précédent a mis en évidence le rôle important joué par les condensateurs variables pour la réalisation et l'étude des battements. Il est facile de monter des condensateurs de cette nature, tel celui qui m'a servi dans le montage indiqué page 7.

Condensateur cylindrique. — Ce condensateur comprenait un cylindre de laiton de 1 cm. de rayon formant l'armature interne et un cylindre de rayon 6 cm. comme armature externe ; chacun de ces tubes avait 10 cm. de long. Le déplacement de l'armature interne était guidé par un axe d'ébonite aussi bien centré que possible.

Condensateur plan de précision. — Mais il est utile d'avoir à sa disposition, tant pour les réglages que pour les comparaisons, un condensateur variable de précision. J'ai choisi le modèle de condensateur plan, afin de pouvoir l'appliquer à des mesures de pouvoir inducteur spécifique, dont je parlerai plus loin. On conçoit qu'un condensateur variable destiné à des mesures sur les battements doit être construit avec le plus grand soin et le maximum de précision. MM. Jobin et Yvon¹ ont bien voulu se charger de la construction de cet instrument.

Les armatures rectangulaires de cuivre de grande épaisseur -0 cm. 45 - ont été rodées de manière à pouvoir être

1. Jobin et Yvon, 26, rue Berthollet, Arcueil (Seine).

amenées à un contact parfait. Malgré cette épaisseur elles n'ont pas donné encore satisfaction, parce qu'elles étaient fixées sur de l'ébonite dont les déformations sous l'action de la chaleur ont amené des déplacements des plaques qui au zéro n'étaient plus en contact rigoureux. Pour y remédier, les armatures ont été attachées à l'aide de vis par l'intermédiaire de petits ressorts plats réglables.



Fig. 25. - Photographie du condensateur plan.

La planéité des armatures et leur parallélisme étaient ainsi assurés. Un dispositif spécial d'entraînement permettait de déplacer une des armatures, afin de pouvoir faire varier lentement la capacité d'une quantité parfaitement connue. La précision du déplacement avait été fixée à 2µ. Le dispositif réalisé par MM. Jobin et Yvon (voir fig. 24 et fig. 25) comporte un bloc E qui coulisse dans une boîte A, analogue à celle des micromètres à chariot des instruments de géodésie et d'astronomie, le degré de précision étant du même ordre.

Le déplacement lent est obtenu au moyen d'un dispositif différentiel de vis de manœuvre. La partie J de la vis a un pas à droite de 0 mm. 7, tandis que la partie J' a un pas à gauche de 0 mm. 5. Un tour de l'ensemble dans le sens des aiguilles d'une montre fait monter le bloc par l'intermédiaire de J de 0 mm. 7 et le fait descendre par J' de 0 mm. 5, soit au total une montée de 0 mm. 2 par tour.

Ainsi on réussit à produire des mouvements très petits au moven de vis de pas et de diamètre suffisants pour pouvoir être usinées avec précision sur un tour à fileter. Il serait impossible d'atteindre le même résultat avec des petits pas sur des tiges de faible diamètre : ces dernières vis donneraient assurément des déplacements petits, mais inconstants. et dont la mesure serait illusoire. Des ressorts à boudin N longs et guidés assurent la suppression du jeu. Le tambour M a 50 mm. de diamètre. Il est divisé en 100 parties ; la distance des traits est approximativement de 1 mm. 5 ; chaque division correspond à un déplacement de 0 mm. 002, un tour entier correspond donc à 200 µ. Un couteau PO, divisé en 7/10 de millimètre, placé sur le côté, indique le nombre de tours entiers. Les divisions principales de la règle P et du tambour M sont fractionnées en deux parties égales; on peut lire ainsi sur la règle P les 100 µ et sur le tambour les µ.

Le déplacement total peut être de 55 \times 200 μ = 11 000 μ .

Le tout est monté par l'intermédiaire d'une équerre nervurée D sur la plaque en laiton 1. Cette plaque porte trois vis calantes V, portant par « trait-point-plan » sur la plaque 2 contre laquelle elle est ramenée par deux dispositifs de ressort à boudin. La plaque 2 est fixée sur le plateau en ébonite 3, supporté lui-même par quatre colonnettes d'ébonite creuses, traversées par des tiges de laiton filetées qui par leur serrage assurent la liaison avec le socle 4 également en ébonite. Le socle 4 est muni de trois touches arrondies Z. Les armatures de cuivre rouge du condensateur sont fixées par quatre vis de même métal, d'une part sur 5, ébonite de la partie mobile, d'autre part sur le socle 4. L'extrémité de ces vis est affleurée avec la surface.

La figure 24 pourrait faire croire, lorsqu'on ne fait pas attention au petit trait de séparation des deux parties à l'endroit des surfaces extérieures des deux armatures, que ces vis traversent 4 et 5 de part en part. Les bornes ont été mises sur les côtés de manière à ne pas se correspondre, afin de troubler le moins possible la valeur de la capacité du condensateur plan. Le constructeur garantissait la lecture à 2μ près.

La suite du travail m'a conduite à utiliser des armatures interchangeables (fig. 26). Dans ce but le condensateur plan de mesure a été modifié de telle façon que suivant sa forme son armature inférieure repose soit directement, soit par l'intermédiaire d'une pièce d'ébonite, dans une cavité du



Fig. 26. - Armature interchangeable avec ressorts.

support inférieur 4. Le fil de liaison est fixé par de la cire. L'armature supérieure est maintenue au plateau d'ébonite 5, qui termine la partie mobile à l'aide de deux ressorts R et R'.

Les formes utilisées ont été :

1º Les armatures primitives rectangulaires rendues mobiles;

2º Des armatures rectangulaires de même forme et de même surface que les précédentes, mais d'épaisseur d = 1 mm.;

3° Des disques de diamètre $\Phi = 2$ cm. 2 et d'épaisseur d = 1 mm.;

4º Des disques de diamètre $\Phi = 4$ cm. 60 et d'épaisseur d = 1 mm.;

5° Des disques de même diamètre que les précédents, mais d'épaisseur d = 2 mm.

2. Vérification.

Elle fut effectuée avec un microscope; opération assez délicate, car elle exige une stabilité parfaite de tout l'ensemble. Appareil et microscope furent fixés solidairement sur une tablette de pierre attenant au mur. Les dimensions et la forme du condensateur empêchaient les visées directes sur l'armature supérieure, mais je suivis les déplacements d'un index en laiton convenablement fixé. J'effectuai ainsi, aux différentes hauteurs, de nombreuses vérifications.

1º Détermination de l'erreur relative. --- Valeur des divisions du micromètre : 2 9, 21.

Déplacement du condensateur lu sur le tambour : 66,5 div. Déplacement lu sur l'oculaire : 60 div., soit 2μ , $21 \times 60 =$ 132μ , 6, d'où :

Valeur d'une division du tambour : $\frac{132.6}{66.5} := 1\mu,994$ au lieu de 2μ .

En admettant que les mesures de vérification soient parfaites, l'erreur relative n'atteint que 0,003.

2º Deuxième série de vérifications. — J'ai mesuré le déplacement du condensateur en divisions du tambour correspondant à 40 divisions de l'oculaire pour deux écartements différents des armatures et des sens différents de la vis. A. — Écartement des armatures 1200 μ (règle P à 6 tours de vis).

Divisions de l'oculaire	Déplacement D ₁ sur l'oculaire 2µ,21 × 40	Divisions du tambour	Déplacement D2 de l'armature 2µ×	Différence D <u>2</u> — D ₁
100 60	88,4	$\begin{array}{c c}3\\100\\59\end{array}$	88	0,4
60 100	88,4	$\begin{array}{c c} 60 \\ 100 \\ 4,5 \end{array} 44,5$	89	+ 0,6
60 100	88,4	$\begin{array}{c c}5\\100\\61\end{array}$	88	— 0,4
100 60	88,4	$\begin{array}{c c} 59,5\\ 100\\ 4 \end{array} \downarrow 44,5$	89	+ 0,6

B. — Écartement des armatures 2400 μ (règle P à 12 tours de vis).

Divisions de l'oculaire	Déplace sur P 2µ,3	ement D4 oculaire 21 ×	Divis dı tamb	ions 1 ou r	Déplacement D2 de l'armature 2µ×	Différence D2 — D1
100 59	41	90,61	$\begin{array}{c} 60 \\ 15 \end{array}$	45	90	0,6
60 101	41	90,61	16↓ 61↓	45	90	— 0,6
99 58,5	40,5	89,50	$\begin{array}{c} 61 \\ 15,5 \end{array}$	44,5	89	— 0,5
$\begin{array}{c} 100\\ 59 \end{array}$	41	90,61	$\begin{array}{c} 62 \uparrow \\ 17 \end{array}$	45	90	0,6

3º Vérification par déplacement progressif. — L'index est amené successivement de la division 0 à 91.

		and the second	-		
Divisions de l'oculaire	Déplacement D ₁ sur l'oculaire en μ	Divisions du tambour	Déplacen de l'arr 2µ≯	nent Dg nature <	Différence D2 — D4
0	22.10	81,8	11.2	22.4	+ 0.3
10	22,10	93	11,5	23	+ 0,9
20 30,5	23,20	4,5 16	11,5	23	- 0,2
40	20,99 22.10	27,5	11,25	22,5 22.5	+ 1,52 + 0.4
50	22,10	38,5 50	11,20	23	+ 0,9
70	22,10	50 61	11	22	0,1
80	22,10	72	11	$\frac{22}{22}$	-0,1 -2,3
91		83			

Écartement des armatures 1000 µ (règle P à 5 tours de vis).

Cette vérification qui semble moins bonne au premier abord est encore satisfaisante, car les sommes des différences positives et négatives se compensent à 0μ , 3 près.

Elle a été poursuivie à 7 tours et à 11 tours de vis.

J'ai également vérifié pour différentes hauteurs de la règle P la bonne concordance des valeurs caractérisant la distance entre deux points particulièrement bien définis portés sur la tigelle en laiton.

Cette étude au microscope, malgré les imperfections d'une installation sommaire de mesure, montre que l'on peut compter largement sur la précision indiquée par les constructeurs. On peut donc considérer le condensateur comme un très bon appareil de précision moyenne. On sait que les condensateurs plans utilisés dans des mesures de précision, surtout en électrostatique, possèdent en général un anneau de garde, afin de diminuer les irrégularités de densité sur les bords ; mais on conçoit mal l'agencement d'un tel anneau au cours de mesures relatives aux bat-

tements, et comme le dit Bedeau [14], p. 17 : « Il faudrait que l'ensemble AB faisant partie d'un circuit oscillant I, l'ensemble DB fît partie d'un second circuit II, indépen-



Fig. 27. — Condensateur avec anneau de garde, d'après Bedeau.

4

dant du premier, le potentiel de D étant à chaque instant égal à celui de A » (fig. 27).

Série A, Travaux.

CHAPITRE V

Détermination de la constante diélectrique du quartz et de quelques autres solides

1. Application de la méthode des battements.

Ayant réussi à obtenir des battements inscriptibles ou audibles et aisément comparables, je me suis proposé non seulement d'en faire des applications pratiques à la séismologie ou à la géophysique appliquée, mais d'en montrer aussi l'utilisation dans des mesures de laboratoire. Ce chapitre est consacré à l'exposé d'une longue étude que j'ai effectuée sur les constantes diélectriques de cristaux ou de solides. Le quartz, substance dont toutes les propriétés physiques, mécaniques, électriques, ont été le mieux étudiées par les physiciens, m'a paru d'autant mieux désigné pour cette étude que depuis plusieurs années, surtout sous la taille piézo-électrique, il est entré dans le domaine des applications.

2. Application directe.

On sait que n = $\pm \frac{1}{2}$ N $\frac{dC}{C}$

a) Une lame de quartz d'épaisseur e est substituée, dans le condensateur plan supposé unique d'un des circuits, à une lame d'air de même épaisseur ou de tout autre diélectrique connu.

On a:
$$C = rac{KS}{4\pi e}$$
 $rac{dC}{C} = rac{dK}{K}$ $n = \pm rac{1}{2} N rac{dK}{K}$

n est d'autant plus grand que N est plus grand et K plus petit pour une même variation dK.

_ 51 -

Par exemple : si $\lambda = 300$ m. $C = 0,002 \ \mu F$ K = 4,5 ca.

n =
$$\pm \frac{1}{2} \, 10^6 \, \frac{dK}{4,5}$$
; pour n = 100
dK = $\frac{100 \cdot 9}{10^6} = \frac{1}{10^3}$ ca.

On aurait donc une unité de la troisième décimale, mais l'épaisseur de la lame devrait être très mince, comme on s'en rendra compte plus loin. D'ailleurs ce calcul est tout théorique, car dans la pratique je ne sais s'il serait possible d'obtenir des lames de quartz ayant une épaisseur rigoureusement uniforme : les miennes n'avaient pas cette qualité, comme je m'en suis assurée¹, et par suite le glissement du corps entre les deux armatures ne pouvait avoir lieu sans l'existence d'une couche d'air *a* au-dessus du cristal à étudier (voir Pellat, [24]).

b) On écrira done :

$$C = \frac{S}{4\pi \left(a + \frac{e}{K}\right)} \qquad d C = -\frac{S}{4\pi} \cdot \frac{\frac{e}{K^2} d K}{\left(a + \frac{e}{K}\right)^2}$$
$$\frac{d C}{C} = \frac{d K}{K + \frac{a}{e}K^2}$$

Si $\frac{a}{e}$ est négligeable, on retrouve le cas précédent $\frac{dC}{C} = \frac{dK}{K}$; dans le cas contraire $n = \pm \frac{1}{2} N \frac{dK}{K + \frac{a}{e}K^2}$

Je suppose e = 2 mm., a = 1 mm.pour n = 100, on a :

dK = 100 . 2
$$\left(4,5+\frac{1}{2}\overline{4,5}^2\right)$$
 . 10⁻⁶ = $\frac{3}{10^3}$

1. L'étude de l'épaisseur des diverses lames utilisées a été faite avec un palmer de précision. Les mesures ont porté sur de nombreux points régulièrement répartis de façon à établir une véritable topographie pour chacune des lames. L'épaisseur moyenne des meilleures ne peut être connue qu'à ± 1 g. On aurait K avec une approximation de 3 unités de la troisième décimale.

Comment appliquer ces calculs théoriques à la détermination de K? L'équation dans les deux cas ci-dessus envisagés fournit un rapport entre K et dK.

Pour déterminer K directement il faudrait opérer comme suit : la formule théorique $n = \pm \frac{1}{2} N \frac{dC}{C}$ étant valable, on part d'une fréquence de battements n_1 ; le condensateur ayant une couche d'air E = e + a entre ses armatures, l'introduction de la lame de quartz d'épaisseur e conduit à une capacité analogue à celle d'un condensateur à air dont la distance entre les armatures est $\left(\frac{e}{K} + a\right)$; la fréquence des battements devient n_2 , telle que $n_1 - n_2 = n$.

Connaissant N et C, on déduit dC de n = $\pm \frac{1}{5}$ N $\frac{dC}{C}$

D'autre part,
$$\Delta C = \frac{S}{4\pi \left(\frac{e}{K}+a\right)} - \frac{S}{4\pi (e+a)} = \frac{S}{4\pi} \left(\frac{1}{\frac{e}{K}+a} - \frac{1}{e+a}\right)$$

d'où : $\frac{1}{\frac{e}{K}+a} = \frac{4\pi\Delta C}{S} + \frac{1}{e+a} = A$
done : $K = \frac{e}{\frac{1}{A}-a}$

Pour que cette méthode directe soit utilisable, il faut en particulier que l'introduction de la lame de quartz fasse varier les battements d'une quantité $n_1 - n_2 = n$ assez petite pour que n_1 et n_2 restent dans le domaine des fréquences inscriptibles.

On peut par un calcul rapide se rendre compte, pour une longueur d'onde donnée et une capacité connue, de la valeur de ΔC correspondant à une variation de 400 battements, par exemple. On partira de 200 bat./sec., on passera par la résonance pour atteindre de nouveau 200 bat./sec.

$$\begin{split} \lambda &= 260 \text{ m.} \qquad C = 0,00078 \text{ p.F.} \\ 400 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3.10^{10}}{26000} \cdot \frac{\text{dC}}{0,00078 \cdot 9.10^5} \\ \text{dC} &= 0,486 \text{ u e s.} = \frac{\text{S}}{4\pi} \left(\frac{1}{\text{e}} - \frac{1}{\text{e} + \text{a}} \right) \end{split}$$

Admettons K = 4,5 en moyenne

$$e = 0,2 \qquad \frac{S}{4\pi} = \frac{7.5 \cdot 2.2}{4\pi} = 1,313.$$

$$0,486 = 1,313 \left[\frac{1}{0,044 + a} - \frac{1}{0,2 + a}\right]$$

$$a = \frac{-0.244 \pm \sqrt{(0,244)^2 + 4 \cdot 0,412}}{2} = \frac{-1,55}{2} \text{ ou } + \frac{1,06}{2}$$

e + a > 0 donc une seule valeur possible pour a : a = 0 cm. 53 e + a = 0 cm. 73.

L'armature supérieure du condensateur de quartz devrait être très éloignée de l'armature inférieure; or plus la distance entre les armatures est grande, plus on s'éloigne des conditions de champ constant donnant des lignes de force rectilignes, parallèles, normales aux armatures. La méthode directe ne peut donc être utilisée avec les lames de quartz qui m'ont servi dans ce travail et qui avaient l'épaisseur approximative de 0 cm. 2.

Un calcul plus complet et plus général peut être fait et traduit par un graphique; il permet d'établir la relation entre e (épaisseur de la lame de cristal) et E = e + a (épaisseur d'air entre les armatures du condensateur plan) pour des longueurs d'ondes déterminées du circuit et pour une variation donnée des battements¹.

3. Application indirecte. Méthode de compensation.

Cette méthode est basée sur le fait que, pour une capacité totale $C_1 = \Lambda + \frac{S}{4\pi(e+a)} = \Lambda + \frac{S}{4\pi E}$ (l'épaisseur d'air E est représentée par la somme e + a) du circuit I, on a des battements de fréquence n_o. En introduisant la lame de quartz d'épaisseur e la capacité du système est augmentée, elle devient $\Lambda + \frac{S}{4\pi \left(\frac{e}{K} + a\right)}$. Tout se passe comme si l'épaisseur e était diminuée et devenue $\frac{e}{K}$; on compense cette augmen-

1. Voir annexe 1 de : « Étude des battements électriques. Applica-

1. Voir annexe r de l « Etude des battements electriques. Application à la séismologie et à l'étude des constantes diélectriques », par M^{me} A. Hée. (Thèse de Strasbourg, 1933.) tation de capacité en augmentant de x l'écart des plateaux ou l'épaisseur d'air, et l'on détermine x de telle manière qu'on retrouve la même fréquence n_0 .

La capacité
$$C_1 = A + \frac{S}{4\pi \left(\frac{e}{K} + a + x\right)}$$
 est alors égale à
 $A + \frac{S}{4\pi (e+a)} d'où : \frac{e}{K} + x = e \qquad K = \frac{e}{e-x}.$

Comme il est difficile de retrouver exactement cette fréquence n₀, on construit des courbes partielles représentant



Fig. 28. - Méthode de compensation.

la variation de n en fonction de la distance entre les armatures du condensateur plan en dérivation (fig. 28).

Pour une distance entre les armatures h_1 , le nombre des battements par seconde est n_1 ; pour une distance h_2 , le nombre des battements est n_2 . Après l'introduction de la lame de quartz, pour h'_1 le nombre des battements est n'_1 ; pour h'_2 il est n'_2 . Par interpolation je détermine h''_4 qui correspond à n_1 . La différence $h''_4 - h_4 = x$; je l'appellerai hauteur compensatrice.

D'après ce qu'on a vu plus haut (p. 39), il faut évidemment éviter de se placer dans la région perturbée près de la résonance; d'ailleurs quelle que soit la courbe représentative des battements, qu'elle satisfasse parfaitement ou non à la théorie, peu importe, à condition que dans les deux cas, avec lame et sans lame, on ait affaire au même phénomène de formation de battements. Ceux-ci servent alors de « repère précis » dans une méthode de zéro.

Si les abscisses représentent la distance h des armatures, les ordonnées la variation de n, la courbe obtenue sera une hyperbole; mais dans la fraction de courbe très restreinte qui se rapporte à l'expérience, il est légitime pour l'interpolation de la confondre avec une droite.

Si les abscisses sont exprimées en unités u e s (par exemple) de capacité, les courbes représentatives de la variation de n sont alors des droites.

Cette deuxième représentation est commode lorsqu'on veut étudier le phénomène des battements en lui-même, comme on a pu s'en rendre compte dans le chapitre précédent. La première, au contraire, est pratique pour trouver K en fonction de x par la formule :

$$\mathbf{K} = \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{e} - \mathbf{x}} \tag{1}$$

Erreur commise. — Admettons e connu exactement, si x est déterminé à 2 μ près, la formule (1) conduit à :

$$\mathbf{d}\mathbf{K} = \mathbf{e} \, \frac{\mathbf{d}\mathbf{x}}{(\mathbf{e} - \mathbf{x})^2}$$

Pour k = 4,5 x = 0,156 dK = $\frac{0.2 - 0.0002}{(0.2 - 0.156)^2} = 0,02$

On pourrait donc connaître K avec une approximation théorique de 0,02; précision inférieure à celle que font prévoir les calculs précédents, mais encore acceptable si l'on se rappelle que les valeurs publiées jusqu'à présent par divers auteurs diffèrent les unes des autres de quantités plus importantes encore pour une lame parallèle. (Se reporter au tableau p. 61.)

Exemple de mesure du pouvoir inducteur spécifique du quartz par la méthode de compensation.

h == distance des armatures	Nombre de battements
Sans quartz : $4^{t} 00 = 800 \ \mu$ $4^{t} 01 = 802 \ \mu$	174-175 136-139 moyenne 137
Avec quartz : lame $\ _1$ 11 ^t 57 = 2314 y 11 ^t 58 = 2316 µ	153-156 143-140 moyenne 141

Ces résultats peuvent être portés sur un graphique. Dans le cas présent où le nombre des battements varie très rapidement avec la distance des armatures, ce graphique n'est pas nécessaire ; sans chercher le 1/10^e de micron, on écrit :

 $x = 2316 \mu - 802 \mu = 1514 \mu.$

d'où :

$$\mathbf{K} = \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{e} - \mathbf{x}} = \frac{0,1928}{0,1928 - 0,1514} = 4,65$$

4. Méthode auditive.

On conçoit que les méthodes décrites précédemment et basées sur l'inscription des battements offrent une grande sécurité au point de vue expérimental; mais elles ne permettent pas de multiplier les mesures, parce qu'elles exigent beaucoup plus de temps pour l'obtention du résultat qu'une détermination auditive.

Je remarquai que malgré le couplage lâche des circuits I et II il subsistait encore une petite plage de synchronisation, et que la coupure des battements au téléphone se produisait pour une position parfaitement déterminée de la vis du condensateur de mesure ; d'où un moyen commode d'obtenir un point de repère très précis. La comparaison des mesures obtenues par les deux procédés a montré une bonne concordance; aussi ai-je utilisé par la suite assez fréquemment la méthode auditive.

5. Résultats des premières mesures.

J'ai exécuté une série de mesures sur des lames de quartz taillées parallèlement et perpendiculairement à l'axe optique, sur du verre et sur de l'ébonite. Je reproduis ci-dessous les résultats obtenus avec une lame parallèle de quartz et deux lames de verre. Les hauteurs compensatrices x correspondent aux distances E = e + a des armatures du condensateur plan lorsque l'air est le diélectrique.

Cas des armatures rectangulaires de grande épaisseur (7 cm. 5/2 cm. 2/0 cm. 45)¹.

Lame de quartz \parallel_4 e = 1928 μ .

Εμ	Xμ	Εμ	Χμ	Ep.	Χμ.	Ε'n	Xμ
442	1510	1230	1522	1884	1536*	2156	1566
494	1516	1346	1522	1916	1544*	2412	1568*
534	1510	1352	1520	1920	1546*	2420	1568*
536	1515*	1557	1526	1920	1552*	2420	1576*
537	1513*	1556	1528	1960	1543*	2586	1581*
626	1508	1578	1534	1960	1556*		
660	1515*	1592	1530	1960	1554*		
932	1515*	1670	1534	2010	1552		
1060	1516	1762	1538	2024	1556*		
1112	1518*	1764	1538	2029	1551*		
1140	1514	1836	1544*	2050	1550*		
1154	1518	1840	1548*	2060	1560*		
1224	1525*	1880	1546*	2060	1554*		Į I

1. Les nombres suivis d'un astérisque se rapportent aux expériences faites par la méthode de compensation, les autres aux expériences faites par la méthode auditive.

Lame de verre	1,	e =	1215 +	J
---------------	----	-----	--------	---

Εμ	Xμ	Eμ	Xμ
$\begin{array}{c} 258 \\ 445 \\ 638 \\ 650 \\ 800 \\ 850 \\ 1022 \\ 1022 \\ 1022 \\ 1081 \end{array}$	$\begin{array}{c} 1074 \\ 1074 \\ 1076 \\ 1076^{\star} \\ 1080 \\ 1084^{\star} \\ 1086 \\ 1088 \\ 1093 \\ 1093 \\ 1091 \end{array}$	$\begin{array}{c} 1394 \\ 1600 \\ 1942 \\ 1942 \\ 2032 \\ 2312 \\ 2926 \\ 2926 \end{array}$	$1102 \\ 1112 \\ 1129 \\ 1130 \\ 1138 \\ 1156 \\ 1202 \\ 1204$

Lame de verre 2, $e = 1230 \mu$.

Eμ	Xμ	Eμ	Хµ.
$254 \\ 349 \\ 480 \\ 650 \\ 690 \\ 690$	1092 1089 1088 1092* 1091 1092	$\begin{array}{r} 840 \\ 1108 \\ 1328 \\ 1464 \\ 2080 \\ 2080 \end{array}$	$\begin{array}{c} 1098 \\ 1105 \\ 1112 \\ 1123 \\ 1149 \\ 1150 \end{array}$

6. Interprétation des résultats obtenus.

L'examen des résultats précédents montre l'existence d'un palier : la hauteur compensatrice x reste constante lorsque les valeurs de E sont voisines de l'épaisseur de la lame à étudier ; ensuite, x croît.

Dans la mesure des constantes diélectriques des gaz ou des liquides le diélectrique remplit exactement l'intervalle des armatures. Dans le cas des solides, j'ai déjà signalé la très grande difficulté, voire l'impossibilité, à laquelle on se heurterait. Pellat [24] a démontré que l'on peut, dans la pratique expérimentale, appliquer la formule théorique $K = \frac{e}{e - x}$; la

méthode originale de Ferry [25] supprime la difficulté : il imagine de constituer par tâtonnements des mélanges de pétrole et d'huile de telle manière que la constante diélectrique soit la même que celle du solide en expérience ; s'il en est ainsi, l'introduction d'une lame du corps à étudier dans le liquide n'apportera aucun changement.

Je n'ai pas utilisé ce procédé, mon dispositif ne s'y prêtant pas ; mais en tout cas il m'a paru intéressant de tenter d'expliquer la variation de la hauteur compensatrice avec la distance des armatures¹.

De ces expériences et de ces discussions résulte, conclusion importante, que dans un condensateur destiné à la mesure de la constante diélectrique des corps solides, la forme des armatures n'intervient pas tant que l'armature supérieure se trouve placée au voisinage du corps à étudier, c'est-à-dire quand le rapport de l'écartement aux dimensions linéaires des plaques est faible². Cependant si les armatures ont une très petite surface, il est naturel que les lignes de force soient déformées, que l' « effet des bords » se fasse sentir et que des perturbations dans la valeur de x apparaissent aussitôt que l'écartement des plateaux augmente. Je ne crois pas que l'épaisseur même des armatures joue un rôle vraiment appréciable.

7. Valeur de la constante diélectrique du quartz et de quelques autres diélectriques solides pour $\lambda = 260$ m.

J'ai indiqué dans les annexes les conditions dans lesquelles je me suis placée pour éviter le mieux possible les erreurs dans la détermination de K.

1. Voir Annexes II, III, IV, V, loc. cit.

2. Il est assez difficile d'amener l'armature mobile en contact avec la lame à étudier sans qu'il y ait compression. D'autre part, il est nécessaire de surveiller la position du zéro de la vis au début de chaque expérience; cette position peut, en effet, varier légèrement, sans doute sous l'effet de la dilatation des armatures métalliques et des supports en ébonite, malgré les précautions prises dans la construction. Le tableau ci-dessous contient les résultats que j'ai obtenus pour différentes lames de quartz. Les expériences ont été faites à la température du laboratoire ; si je ne la fais pas figurer dans les résultats, c'est que je n'ai jamais noté de variations notables avec de légers changements thermiques.

			λ =	= 260 m.
Nature du corps	Dimensions	Épaisseur moyenne c à ± 1µ	Hauteur compensatrice x à ± 3μ	К
A lame 1	(rect.) 3 cm. /9 cm.	1982	1576	4.88
B lame $\underline{\mid}_2$	(rect.) 3/9	1982	1576	4,88
C lame 1	(rect.) 3/9	1928	1513	4,64
D lame $\ _2$	(rect.) 3/9	1928	1513	4,64
E lame	(circ.) $\Phi = 5$ cm.	817	646	4,77
F lame	(circ.) $\Phi = 5$ cm.	988	776	4,66
G lame	(circ.) $\Phi = 5$ cm.	1122	892	4,88

TABLEAU DE CONSTANTES DIÉLECTRIQUES

Le tableau montre que les lames perpendiculaires ont un pouvoir plus élevé (4,88) que les lames parallèles, que soient leur épaisseur et leur forme. Trois lames parallèles ont un pouvoir de 4,64-4,66 et une quatrième, également parallèle, a donné le chiffre 4,77.

Il convient de comparer ces résultats et ceux des différents auteurs dont j'indiquerai très succinctement les procédés expérimentaux : Romich et Nowak [26] ont utilisé la méthode de Boltzmann [27] qui consiste à faire agir une sphère métallique électrisée sur une autre sphère taillée dans le diélectrique à étudier ; J. Curie [28] cite la valeur qu'ils ont trouvée : K = 4,6, sans distinction de direction dans le cristal. Lui-même a entrepris la détermination des constantes diélectriques du quartz par un élégant procédé où un électromètre sert d'instrument de zéro et où les quantités d'électricité dues au pouvoir inducteur du diélectrique sont compensées par celles que fournit un quartz piézo-électrique soumis à l'action de poids. Il indique d'abord en moyenne K = 4,49 pour une lame parallèle à l'axe optique et K = 4,55 pour une lame perpendiculaire, différence 0,06. Mais une étude particulièrement soignée de quatre plaques taillées dans des directions différentes le conduisit à des conclusions moins simples : il trouve une bonne concordance entre les lames perpendiculaires, les lames parallèles au contraire présentent des différences. Il est conduit à émettre les hypo-

thèses suivantes : ou bien la valeur de K ne différencie pas des lames taillées dans diverses directions, ou bien il existe trois valeurs de K caractérisant : 1º les lames perpendiculaires à l'axe optique ; 2º les lames parallèles à l'axe optique et perpendiculaires à l'axe électrique (fig. 29) ; 3º les lames parallèles à l'axe optique et à la face du prisme.



Fig. 29. — Section d'une lame piézo-électrique dans un quartz.

L'incertitude des considérations de J. Curie est peut-être la preuve que sa méthode n'était pas assez sensible pour mettre nettement en évidence les caractères « diélectriques » des diverses lames de quartz.

D'autre part, ces expériences électrostatiques sont toutes différentes des miennes. Dans un travail paru en 1897 E. Ferry [25], par une méthode dont le principe a été indiqué page 57 et où la forme et les dimensions de la substance utilisée n'interviennent pas, compare les résultats obtenus les uns par une méthode de haute fréquence (N = 30.10⁶ par seconde) et les autres par l'utilisation du pont de Wheatstone en basse fréquence (N = 20 par seconde) :

Haute fréquence N = 30.10^6 : quartz $_4,34$, quartz $\parallel4,27$; diff. : 0,07.

Basse fréquence N = 20 : quartz \perp 4,46, quartz \parallel 4,38 ; diff. : 0,08.

Ces nombres sont plus faibles que ceux de Curie et de ses prédécesseurs.

En 1902 W. Schmidt [30] a utilisé la méthode de Drude, c'est-à-dire le phénomène de la résonance de deux circuits oscillants; il a cherché aussi à éliminer les défauts de taille (parallélisme des faces, etc.) et les erreurs dans les dimensions par des comparaisons avec des liquides de constantes diélectriques bien connues. Il trouve :

Lames parallèles à l'axe optique : 4,36 et 4,32.

Lames perpendiculaires à l'axe optique : 4,60 et 4,60.

La différence atteint 0,28. Dans son mémoire il cite les résultats de H. Starke [31], qui indique pour les lames parallèles et perpendiculaires K = 4,73.

La même année que Schmidt, R. Fellinger [32] a publié un travail sur la détermination des constantes diélectriques des cristaux, d'après la méthode de Graetz et Fomm [33], basée sur les forces auxquelles est soumis un diélectrique lorsqu'il est placé dans un champ produit par des oscillations électriques. Les valeurs obtenues sont K = 4,69 pour des lames parallèles à l'axe optique, K = 5,05 pour des lames perpendiculaires (différence : 0,36).

Thornton [34] en 1909, à l'aide d'un dispositif analogue à celui de Botzmann, a trouvé K = 4,55 pour des lames parallèles à l'axe et K = 4,60 pour des lames taillées perpendiculairement¹ (différence : 0,05).

Tous ces résultats sont résumés dans le tableau suivant :

Méthode électrostatique.

Auteur :	Romich et Nowak	J. Curie	Starke
Date :	1874	1889	1897
Quartz :	4,60	4,49	4,73
Quartz 📙 :	4,60	4,55	4,73
Différence à :	0,0	0,06	0,0

1. J'indique pour mémoire que plus récemment, en 1924, Gagnebin [35] et, en 1926, A. Dieterich [36] ont fait des recherches sur la variation de la constante diélectrique du quartz en fonction de la température. Je n'ai eu connaissance d'aucune mesure absolue entreprise sur le quartz.

Méthode électromagnétique.

Auteur :	Fer	rry	Schmidt	${\bf Fellinger}$	Thornton	A. Hée
Date :	18	97	1902	1 902	1909	1933
Fréquence :	30.10	3 20	4.10 ⁸	60(?)	85	1,1538.10 ⁶
Quartz :	4,27	4,38	4,32	$4,\!69$	4,55	4,64* 4,77
Quartz 📋 :	4,34	4,46	6 4,60	5,05	4,60	4,88
Différence d :	0,07	0,08	0,28	0,36	$0,\!05$	0,24 0,11

* Lame piézo-électrique.

On voit que par les méthodes électrostatiques, mis à part les résultats de Curie, les auteurs n'ont pu différencier les quartz taillés perpendiculairement à l'axe de ceux taillés parallèlement. Au contraire les méthodes d'oscillations électriques ont nettement mis en évidence les différences en rapport avec la taille des cristaux. Par ailleurs, ayant constaté des divergences entre mes résultats et ceux d'autres auteurs, j'ai cru utile de procéder à toutes les vérifications dont l'exposé fait l'objet des annexes.

Si j'ai réussi à éviter ou diminuer les causes d'erreurs sur lesquelles j'ai moi-même appelé l'attention dans la méthode des battements dont j'ai fait une critique aussi serrée que je l'ai pu, j'indique mes résultats comme correspondant à des conditions expérimentales nettement définies et pour une longueur d'onde parfaitement déterminée, $\lambda = 260$ m.

Les valeurs que j'ai obtenues sont en général plus fortes que celles indiquées par mes prédécesseurs; je dois cependant signaler la bonne concordance, pour les lames parallèles, de mes résultats avec la valeur donnée par Fellinger [32]; par contre, pour les lames perpendiculaires, la valeur que je présente — K = 4,88 — est intermédiaire entre celle, 4,60, indiquée par divers auteurs et celle de 5,05 trouvée par Fellinger.

L'examen du tableau montre la coïncidence parfaite entre les lames A et B d'une part et C et D d'autre part. M. Jobin avait envoyé les deux lames C et D à l'Institut en 1923 et, quelques années plus tard, les lames A et B; il m'a affirmé que C et D, vu les exigences de la fabrication, avaient été taillées dans un même bloc et que A et B provenaient également d'un même cristal. Ce fait a une certaine importance, car il prouve la fidélité de la méthode qui fournit un même chiffre pour un même bloc de quartz. En outre, il est acquis qu'il existe une différence entre les lames A et B perpendiculaires et les lames parallèles C et D.

Les lames E, F, G ont été taillées dans un cristal encore différent, très beau bloc fourni à l'Institut par M. Jobin. Il est remarquable de trouver pour la lame G perpendiculaire exactement la même valeur, 4,88, que pour les lames précédentes de même nature, mais d'épaisseur presque double, issues d'un autre cristal et rectangulaires, tandis que la dernière a la forme circulaire; j'ai à peine besoin d'ajouter que les armatures du condensateur étaient en forme de rectangle pour A et B et circulaires pour G. Ce résultat est nettement en faveur de la précision de mes mesures.

La lame E, parallèle à l'axe cristallographique et taillée parallèlement à un axe électrique, donne 4,77, valeur différente des précédentes ; par contre, la lame piézo-électrique F redonne 4,66, nombre identique à celui des lames C et D. Or j'ai appris, quand mes mesures étaient déjà faites, que ces lames avaient été taillées comme quartz piézo-électriques ; des expériences dont je parlerai dans le chapitre suivant me l'avaient fait pressentir. Dans ce cas encore, il y a parfaite coïncidence entre les lames C, D et F taillées de la même manière.

Je suis donc amenée aux conclusions suivantes :

1º Il y aurait bien trois constantes diélectriques pour le quartz, comme l'avait entrevu Curie, sans pouvoir le préciser, caractérisant : a) les lames perpendiculaires ; b) les lames taillées à la fois parallèlement à un axe optique et un axe électrique ; c) les lames piézo-électriques.

2º Ces constantes seraient bien les caractéristiques du quartz, c'est-à-dire qu'elles ne varieraient pas d'un échantillon à l'autre. Pour que ces faits puissent être généralisés, énoncés sous forme de lois, il faudrait opérer sur un plus grand nombre de lames. Ce serait d'autant plus intéressant qu'il y aurait là une différence entre le pouvoir inducteur spécifique du quartz et la constante piézo-électrique, car cette dernière est très variable avec la nature du cristal.

L'examen optique des lames, exécuté au laboratoire de Minéralogie¹, a prouvé qu'elles proviennent toutes de beaux, cristaux de quartz et que leur taille est bonne.

On a relevé les particularités suivantes :

Les lames parallèles C et D ont été taillées dans un quartz gauche, tandis que les disques E, F, G sont pris dans un quartz droit.

Les lames perpendiculaires A et B contiennent sur les bords quelques macles peu importantes.

A titre de renseignement, j'indiquerai les chiffres obtenus pour les lames de verre.

	Épaisseur moyenne en µ	Hauteur compensatrice en μ	К
Lame 1 (crown) $\Phi = 5$ cm.	$\begin{array}{r} 933 \pm 1 \\ 932 \pm 1 \\ 1215 \\ 1230 \end{array}$	804	7,23
Lame 2 (flint) $\Phi = 5$ cm.		862	13,3
Lame verre 1 $3/9$ cm.		1076	8,73
Lame verre 2 $3/9$ cm.		1089	8,72

Dans la table des constantes physiques, on indique : verre ordinaire, 7,6; 6,2; 3,7.

Le verre n'étant pas un corps bien défini, je n'insiste pas sur les valeurs.

Avec l'ébonite, j'ai trouvé les résultats correspondants suivants : 3050, 2121, 3,28.

Pellat [29] donne 3,128 et 3,154; plus tard, dans une autre étude [37], il indique 2,958.

1. Je remercie M. de Lapparent, directeur du laboratoire, et M. Weil, qui m'a prêté son aimable concours.

SÉRIE A, TRAVAUX.

Il est vraisemblable que les divergences proviennent, tant pour le verre que pour l'ébonite, du fait que ces corps sont des mélanges et que la constante diélectrique varie beaucoup avec la composition.

De nombreux auteurs, en particulier Jezewski [38], qui ont employé la méthode de la résonance de deux circuits oscillants, ont appelé l'attention sur l'importance du rôle de la résistivité quand elle n'est pas très grande¹. Or les résistivités du quartz, de l'ébonite et du verre ont des valeurs telles qu'on ne saurait, à mon avis, trouver là l'explication des valeurs élevées auxquelles m'ont conduite mes mesures.

1. Résistivité à 20° ou à la température ambiante :

CHAPITRE VI

Utilisation de la méthode des battements en séismologie

1. Séismographes ou séismoscopes fondés sur les oscillations électriques.

On a vu au début de ce travail que, dans ces dernières années, on s'est préoccupé de réaliser des séismographes basés sur la sensibilité des circuits oscillants aux variations de capacité.

Auteur au cours de 1916 du condensateur microphone (voir p. 5), E. Rothé [40] avait encore proposé en 1923 une méthode qui en dérive pour déterminer d'une façon précise les vitesses des ondes. Dans diverses stations on installerait un séismographe dont la masse serait solidaire d'une des armatures du condensateur-microphone, la seconde restant fixe. La self du circuit serait couplée avec une bobine faisant partie d'un circuit d'antenne d'émission. En une station on établirait un poste récepteur avec téléphone inscripteur. Le passage de l'onde élastique transmise par le sol modifiant en chaque station la capacité du circuit émetteur, l'onde électrique captée à la réception produit une modification d'intensité, d'où l'inscription de son passage aux différentes stations émettrices. La précision obtenue serait très grande, toute inertie étant supprimée puisqu'il n'y a pas d'intermédiaire mécanique en dehors de l'inscripteur lui-même qui sert d'appareil récepteur.

Je citerai le dispositif réalisé en 1926 par P. Duckert [41] et fondé sur le même principe. L'année suivante, J. Obata [42] utilisait un pendule qui appuyait plus ou moins sur la lame d'un condensateur microphone dont les variations de capacité étaient décelées par un galvanomètre à corde ou par un oscillographe suivant les fréquences envisagées.

Enfin, en 1931, S. Haeno [43] donnait la description détaillée d'un radio-séismographe accompagné d'inscriptions intéressantes. Le principe est toujours le même : il consiste à moduler le courant de haute fréquence sous l'action des mou vements du sol. A cet effet, le dispositif comprend :

1º Un transmetteur composé d'un pendule et d'un premier circuit oscillant;

2º Un récepteur formé d'un deuxième circuit oscillant et d'un amplificateur;

3º Un inscripteur constitué par un oscillographe et une chambre photographique.

Sous l'action des mouvements du pendule, la capacité du premier circuit est modifiée ainsi que sa fréquence. Il en résulte une variation d'intensité que l'oscillographe enregistre. L'auteur étudie la variation d'intensité du courant plaque de la lampe détectrice en fonction de la capacité du condensateur relié au pendule. L'appareil est réglé de façon à fonctionner dans la région correspondant à la partie rectiligne de la courbe. Comme, d'autre part, le changement de capacité est directement proportionnel au déplacement du pendule, il en résulte que les changements de courant sont eux-mêmes en rapport direct avec le déplacement du pendule par rapport au sol.

Ainsi que je l'ai dit au début de ce travail, mon but était autre ; je cherchais à réaliser un appareil donnant automatiquement, avec une grande précision et par sa propre inscription, l'époque du premier impétus d'une onde transmise par le sol. Comme le séismo-microphone créé par Ambronn [11] qui est parvenu, par l'artifice d'un changement de sensibilité, à inscrire les impétus de différentes phases, le dispositif que j'ai finalement réalisé est un séismoscope de précision plutôt qu'un séismographe. S'il permet de reconnaître divers impétus, il n'inscrit pas la forme du mouvement.

2. Conditions à réaliser.

Si j'ai insisté dans le chapitre 11 sur toutes les précautions indispensables à la stabilité du dispositif générateur de battements, en vue de mesures précises, c'est qu'elles sont également utiles ici, bien qu'au premier abord il semble que le séismoscope soit fondé sur une instabilité. Il suffit qu'une partie déterminée de l'appareil soit rendue mobile, tout le reste étant, au contraire, soustrait à l'action du mouvement transmis par le sol. La modification nécessaire consiste à rendre l'un des circuits 1 ou 11 variable sous l'influence des ondes séismiques.

3. Première méthode. Déplacement du diélectrique.

Un des circuits peut être rendu variable par l'introduction plus ou moins grande d'un diélectrique entre les armatures fixes du condensateur.

Il suffit d'attacher une lame diélectrique à l'extrémité d'un levier, amplificateur ou non, en relation avec la masse inerte d'un séismographe : elle subit ainsi les mouvements du sol et, par une installation convenable, pénètre plus ou moins profondément entre les armatures du condensateur de mesure, y provoque un changement de capacité et, par suite, une variation du nombre des battements. Suivant la disposition du système, on pourra étudier les perturbations horizontales ou verticales du sol.

A titre d'exemple, je me suis proposé de déterminer quelle variation du nombre des battements produisait la lame de quartz D (9 cm. /3 cm. /0,2 ca.) pour un déplacement longitudinal de 100 μ entre les plateaux du condensateur plan, l'expérience étant faite dans les mêmes conditions que précédemment avec $\lambda = 260$ m.

La lame cristalline était fixée à l'extrémité de la pointe mobile d'un sphéromètre permettant de faire les lectures au 1/20^e de millimètre. 1° Lorsque la lame pénètre dans le condensateur dans le sens de la largeur, la variation moyenne du nombre de battements est de 10 pour 50 µ.

 $2^{\circ} E = 2380 \mu$. Lorsque la lame pénètre dans le sens de la longueur, un déplacement de 50 μ correspond à une variation de 20 battements.

Si la lame est portée par un séismographe de grandissement 200, on pourra déceler sans difficulté une perturbation de l'ordre de $0 \ \mu$, 2, comme avec un appareil à très grande masse.

Dans les explosions comme celle de la Courtine, l'amplitude à 24 km. variait entre 0μ , 1 et 0μ , 3; dans l'explosion d'Hagondange, à 5 km., M. Lacoste a noté 8 μ [44].

Un appareil fondé sur cette première méthode pourrait ainsi servir à des études d'explosions.

La sensibilité peut du reste être accrue de diverses manières faciles à réaliser :

1º Les armatures du condensateur plan peuvent être rapprochées au maximum, soit 2000 μ ; dans ce cas, E excéderait encore légèrement l'épaisseur de la lame cristalline qui pourrait ainsi se déplacer sans frottement entre les plateaux métalliques.

2º Au lieu d'une lame de quartz (que j'ai utilisée parce qu'elle m'avait servi ailleurs), on pourrait prendre un corps de constante diélectrique plus élevée, même imparfaitement connue.

3º On pourrait augmenter le couplage des circuits (voir étude des battements), la variation du nombre des battements en fonction de la variation de la capacité devenant alors notablement plus grande.

4° Les longueurs d'onde des circuits pourraient être réduites (voir étude de la relation entre e et E).
4. Deuxième méthode. Déplacement d'une armature. Premiers essais.

Des essais préliminaires ont été faits en provoquant l'instabilité de l'armature inférieure du condensateur plan du circuit I. Au lieu d'être fixe et solidaire du socle d'ébonite, elle fut mise à dessein en rapport avec la table par l'intermédiaire d'une planchette de bois. Dans ces conditions, on pouvait enregistrer très facilement un léger choc donné avec le doigt sur la table, ou la chute d'une bille d'acier (1 gr. 5) tombant d'une hauteur de 70 cm., ou encore la vibration causée par un pendule de 50 gr. qui venait frapper la table au cours de ses oscillations.

L'appareil étant placé au rez-de-chaussée, on inscrivait très aisément la chute sur le sol, à l'extérieur du bâtiment et à une distance de 3 mètres environ, d'un poids de 50 kg. tombant d'une hauteur de 50 cm.

Ces premières expériences avaient pour but de montrer la possibilité de l'application, et il n'était nécessaire que d'atteindre une sensibilité suffisante avec un montage simple, capable de vibrer tout en conservant une position d'équilibre fixe.

Autres expériences. — Dans un deuxième montage, les circuits I et III restèrent identiques à ce qu'ils étaient au moment des mesures de constantes diélectriques ; en particulier, je maintins dans le circuit I le condensateur de mesure dont l'étalonnage était bien connu, afin d'obtenir aisément des battements d'une hauteur convenable et en rapport avec le degré cherché de précision du temps. Le circuit II devait traduire par ses variations de fréquence les mouvements du sol. La partie réagissant aux perturbations pouvait être soit la self, soit la capacité. Il semblait plus facile de s'adresser à cette dernière ; aussi ai-je rendu variable une partie de la capacité du circuit II, et c'est cette partie qui constituera l'organe séismographique.

5. Description du « séismo-condensateur ».

Au point de vue mécanique, il fallait que ce condensateur destiné à détecter les mouvements du sol fût constitué comme un séismographe. Il suffisait pour résoudre la question de mettre une masse inerte en liaison avec une partie élastique.

Le dispositif réalisé comprend une masse de fonte pesant 8 kg. Deux montants fixes et rigides sont adaptés sur cette



Fig. 30. - Séismo-condensateur.

masse. Sur l'un d'eux, AB, est fixée une lame élastique. Une des armatures de cuivre est placée par l'intermédiaire d'une substance isolante à l'extrémité de la tige vibrante. La deuxième armature isolée est soutenue par le support CD. La distance des armatures est réglable à volonté et le parallélisme des plateaux est assuré par un genou de fixation analogue à ceux qui sont utilisés pour orienter sur leur pied les appareils photographiques, mais de dimensions plus réduites (fig. 30). L'ensemble est disposé de telle manière que les mouvements horizontaux agissent sur l'appareil. Pour avoir un dispositif sensible aux mouvements verticaux, il suffirait de placer lame et plateaux à 90° de leur première position.

Les armatures sont formées de plaques de cuivre carrées de 8 cm. de côté. J'ai indiqué (p. 34) que, les circuits ayant une longueur d'onde au voisinage de $\lambda = 260$ m., une variation de capacité $\Delta C = 0,1$ u e s se traduisait par une variation de 80 battements par seconde. Or

$$C = \frac{S}{4\pi E} = \frac{8 \cdot 8}{4\pi E}$$

Si l'on veut qu'un déplacement de 1 μ de l'armature mobile corresponde à une variation de 80 battements, il faut :

$$0,1 = \frac{64}{4\pi E^2}$$
. 0,0001

d'où :

$$E = \sqrt{\frac{64}{4\pi} \cdot 10^{-3}} = 0 \text{ cm. } 07.$$

Mais pour 1 μ , la variation de 80 batt./sec. représente une sensibilité considérable; on peut la réduire en donnant à E une valeur plus élevée. En tout cas, le grandissement mécanique n'est pas nécessaire.

Le condensateur sensible était ordinairement posé sur un socle en ciment enfoncé dans le sol. La liaison électrique avec les circuits installés dans le bâtiment voisin était assurée par des fils conducteurs fixés sur des potences en porcelaine et suffisamment tendus pour ne pas être déplacés sous l'effet du vent. Avec un tel arrangement, la capacité de ces fils extérieurs restait toujours la même. Le « séismo-condensateur » était lui-même mis à l'abri des déplacements d'air par une caisse protectrice.

6. Étude de différentes lames.

L'appareil ainsi établi en « séismo-condensateur » vibrait avec sa période propre ; il se prêtait à l'étude des périodes.

Pour une surface donnée des plateaux du condensateur,

l'étude de la vibration devait porter sur les dimensions et la nature des lames vibrantes. J'ai utilisé :

Lame I : acier (scie à métaux), largeur = 15 mm., épaisseur = 0 mm. 9.

Lame II : acier (scie à métaux), largeur = 24 mm., épaisseur = 1 mm.

Lame III : ressort plat d'acier, largeur = 25 mm., épaisseur = 0 mm. 9.

Lame IV : ébonite, largeur = 24 mm., épaisseur = 3 mm. 1.

Longueur commune de ces lames : 13 cm.



Fig. 31. - Périodes des diverses lames.

Pendant les mesures de période des lames, le condensateur supplémentaire n'était pas sur le socle de ciment mais sur une table dans la salle d'expérience. Les quatre lames portèrent successivement l'armature mobile. Des battements furent inscrits avec chacune d'elles au repos et en vibration. On trouvera ci-dessus (fig. 31) des fragments d'inscription reproduits photographiquement.

Il est très facile de compter la période correspondant à

chaque lame, les cinquièmes de seconde étant inscrits par la plume d'un jacquet. Si les oscillations sont trop fortes, les armatures viennent en contact et la capacité devient infinie dans II, les battements cessent momentanément d'exister; d'où les formes parfois étranges que l'on remarque sur les reproductions. Même pour de moins fortes oscillations, il existe encore des ondulations causées par des modifications de l'intensité moyenne dans l'oscillographe. Ces modifications résultent des grandes variations dans le nombre des battements.

Lorsque la lame III de période 1/5 sec. ne vibre point ou ne vibre que très légèrement avec sa période propre, la courbe des battements accuse une période secondaire $T = \frac{1}{46}$ sec. ca., parasite causé par le cylindre enregistreur placé ici dans la même pièce; cette perturbation est analogue à celle que j'ai signalée (chapitre 11, p. 23).

La période de l'ébonite est T = $\frac{1}{6,8}$ sec. et celle de la lame II $\frac{1}{7.5}$ sec.

Si l'on examine les inscriptions faites avec les lames au repos on constate que seule l'ébonite donne un nombre constant de battements par unité de temps. Cette lame est moins sensible que les autres, mais, ayant constaté néanmoins qu'un léger choc sur la table se manifestait nettement par une irrégularité des battements rapidement suivie par le rétablissement de la position d'équilibre, j'ai d'abord cru cette lame propice à la construction du séismo-condensateur. Mon attente fut déçue, car, installé extérieurement sur le socle en ciment, l'appareil n'accusa qu'une très faible sensibilité ; je ne pus enregistrer que des chutes de poids à courte distance. Toutefois, un examen attentif de l'inscription montre que la lame vibre faiblement, mais continuellement, avec sa période propre.

La nécessité d'amortir, comme dans tout séismographe, et à laquelle il était naturel de s'attendre, apparaissait d'une manière évidente.

— 76 **—**

7. Amortissement.

Afin de pouvoir faire varier à volonté l'amortissement, j'ai réalisé un amortisseur interchangeable avec une lame d'aluminium de 4 cm. /6 cm., fixée sur une forte pince (pince à films) et plongée dans de l'huile de vaseline.

Un tel amortissement suffit pour l'ébonite : la lame IV qui, à la suite d'une impulsion, exécutait une cinquantaine de vibrations, n'en effectuait plus que quelques-unes, deux au plus si l'ébranlement n'était pas trop violent (fig. 32).



Fig. 32. - Amortissement de la lame IV.

Par contre la lame I n'était pas assez amortie, bien qu'on pût cependant obtenir des battements presque réguliers en la laissant revenir à l'équilibre (fig. 33).



Fig. 33. - Amortissement de la lame I.

Un amortissement plus fort (lame d'aluminium de 6 cm. /6 cm. dans de l'huile épaisse « Delco », plus lourde que la précédente) convient aux lames d'acier, à la lame III notamment qui, malgré sa grande mobilité et sa facile réaction à de petites perturbations, fournit grâce à l'amortissement une inscription de battements réguliers. Dans l'inscription on compte d'abord 157 bat. /sec., 52 secondes plus tard il y en a 155, et 75 secondes après la première lecture on en dénombre 157.

Malgré l'importance de l'amortissement, la lame conservait sous de faibles impulsions une sensibilité suffisante, car, installé à nouveau dans la pièce où avaient eu lieu les inscriptions, le « séismo-condensateur » inscrivit un mouvement périodique de 1/46 sec. qui masqua la période propre de la lame (1/5 sec.).

De faciles vérifications au compte-tours ont prouvé que la période $T = \frac{1}{46}$ sec. était due au moteur d'entraînement du cylindre enregistreur (46,2 tours par seconde). Si le cylindre était tourné à la main, l'inscription changeait d'aspect et ne présentait plus cette périodicité.

Ainsi, grâce à cet amortissement, c'est bien la période du mouvement du sol que le « séismo-condensateur » inscrit, et on réalise la condition imposée à tout bon séismographe.

Ci-dessous se trouvent une inscription faite avec la . lame III et le deuxième amortissement, ainsi qu'une portion de la courbe obtenue sans système amortisseur (fig. 34).



Fig. 34. — Inscriptions, lame III $\begin{cases} a \text{ avec amortissement;} \\ b \text{ sans amortissement.} \end{cases}$

8. Agitation microséismique.

Un appareil aussi sensible devait être influencé par l'agitation microséismique.

Parmi les divers mouvements du sol susceptibles d'être inscrits, il y a lieu de distinguer :

1º L'agitation microséismique étudiée ordinairement dans

les observatoires, de période moyenne T = 5 s. et d'amplitude moyenne 2μ .

2° Le mouvement de période T = 0.5 s. environ et d'amplitude 1/4 à 1/2 μ , que l'on distingue nettement sur les inscriptions du séismographe Mintrop (fig. 35); ce mouvement ne peut être attribué uniquement à la période propre de l'appareil, car il se retrouve sur les inscriptions du grand pendule de 19 tonnes (T de l'appareil = 2 s.), et même sur celles du pendule Wiechert examinées à la loupe (T de l'appareil = 8 à 9 s.).



Fig. 35. - Inscription de l'appareil Mintrop.

3º Le mouvement dont la fréquence est de l'ordre de 43 à 50 à Strasbourg, mais qui varie suivant la localité [25 à Aubusson et Nancy; 32 et 37 à Rosheim (Bas-Rhin)].

On conçoit que la mise en évidence des périodes T = 0.02et T = 0.5 ne soit pas aisée avec mon dispositif, car la courbe normalement inscrite n'est pas une ligne droite ; elle présente déjà des sinusoïdes de fréquence déterminée. Aussi n'ai-je pu constater ces mouvements qui devraient affecter selon leur période la régularité des battements. Par contre, les inscriptions présentent une perturbation périodique T = 1/6voisine de la période propre de la lame. J'ai exécuté dans diverses conditions des inscriptions dont je reproduis quelques fragments (fig. 36) :

I. Lames du condensateur très rapprochées, grande vitesse du cylindre enregistreur.

II. Lames du condensateur très rapprochées, petite vitesse du cylindre enregistreur [longueur réelle $1^s = 1$ cm. 6].



Fig. 36. — Comparaison des courbes obtenues avec différentes sensibilités et différentes vitesses.

III. Lames du condensateur éloignées, grande vitesse du cylindre enregistreur.

IV. Lames du condensateur éloignées, petite vitesse du cylindre enregistreur.

J'ai prouvé (p. 75) que la lame, avec un amortissement suffisant, vibrait bien avec la période du mouvement qui provoque ses oscillations. Pour confirmer le fait, j'ai employé une huile encore plus lourde que l'huile « Delco » sans que les inscriptions aient changé d'allure.

Faut-il conclure qu'il existerait à Strasbourg un mouvement de période T = 0 s. 16, très faible, puisqu'il n'est véritablement apparent que lorsque le séismo-condensateur fonctionne à grande sensibilité (voir courbes I et II ci-dessus)? Je n'ai retrouvé une agitation de semblable fréquence que sur des inscriptions faites avec le séismographe Mintrop dans la région de Nancy.

Quant à l'agitation correspondant à T = 5 s., amplitude $= 2 \mu$ environ, il semble que les sortes de nœuds de vibration visibles sur l'inscription II sont dus à son influence. Je n'ai pu cependant établir une concordance absolue entre l'agitation microséismique inscrite par les appareils Wiechert et l'apparition de ces nœuds.

Les fortes agitations microséismiques semblent donner une inscription caractéristique, ainsi celle du 7 décembre 1932 fig. 37).



Fig. 37. - Agitation microséismique.

9. Inscription de perturbations diverses.

En cherchant à établir la correspondance entre les inscriptions faites à petite vitesse et l'agitation microséismique enregistrée par le séismographe de 19 tonnes, j'ai inscrit par hasard deux petites perturbations d'origine inconnue qui figurent aussi sur les feuilles du séismographe. Je les reproduis ci-après (fig. 38) à titre de comparaison. Elles prouvent que la sensibilité du séismo-condensateur est au moins égale à celle des séismographes de très grande masse les plus sensibles.

J'ai même, à diverses reprises, lorsque tout était calme au

voisinage immédiat, obtenu l'inscription de faibles mouvements qui n'ont eu d'influence sur aucun des autres séismographes de la station. Lors de la fête nationale, j'ai pu enre-



Fig. 38. — Perturbations sur le séismo-condensateur et l'appareil de 19 tonnes.

I. Séismo-condensateur II. Appareil de 19 tonnes N. S. III. Séismo-condensateur

III. Seismo-condensateur IV. Appareil de 19 tonnes N. S. (Les inscriptions du séismo-condensateur se lisent de droite à gauche

et de bas en haut, celles de l'appareil de 19 tonnes se lisent de gauche à droite et de haut en bas.)

gistrer les ébranlements causés par les canons tirant des salves à environ 600 mètres de la station séismologique. L'appareil avait été cependant recouvert non seulement de la caisse protectrice habituelle, mais encore de lourdes étoffes pour empêcher l'action de l'onde sonore. Ces coups de canon

SÉRIE A, TRAVAUX.

6

ont été également enregistrés par le grand pendule, mais faiblement (fig. 39).

10. Inscription de chutes de poids.

J'ai d'abord inscrit la perturbation produite par la chute



Fig. 39. - Coups de canon.

d'un poids de 5 kg. tombant de 2 mètres de haut à des distances de 5 et de 10 mètres du séismo-condensateur (fig. 40).



'Fig. 40. - Chutes de poids.

Par la suite, l'arrivée du poids au sol fut signalée suivant la méthode habituelle par une plume que commande un électro-aimant. Un poids de 50 kg., tombant d'une hauteur de 2 mètres à une distance de 42 mètres, a donné de bons résultats (fig. 41). Le poids tombait sur un treillis métallique qui établissait le contact électrique, mais causait un amortissement. J'ai pu aussi à diverses reprises inscrire la chute d'un poids



Fig. 41. - Chute de poids.

de 50 kg. dans les mêmes conditions que précédemment, mais à une distance de 90 m. 80 (fig. 42).



Fig. 42. — Chute de poids.

L'arrivée au sol était indiquée par la rupture d'un fil dans le circuit. L'instant où les battements commencent à être perturbés est parfois délicat à saisir. Il est nécessaire de « concilier » l'augmentation de sensibilité de l'appareil avec l'obtention d'une division très régulière du temps. Plus l'appareil est sensible, plus il est exposé à subir des perturbations parasites qui troublent les battements, telle la période de 0 s. 16 sur laquelle j'ai appelé l'attention.

CHAPITRE VII

Usage du quartz piézo-électrique en géophysique appliquée

1. Historique.

En 1918, Galitzine [45] songea le premier à utiliser les propriétés piézo-électriques du quartz pour réaliser un accéléromètre. Dans son appareil, une masse suspendue à un ressort s'appuyait sur une lame de quartz avec une pression déterminée par l'angle d'inclinaison du pendule et variable avec lui. Les faces de la lame de quartz étaient recouvertes d'une mince couche métallique et servaient d'électrodes. L'une était reliée à la terre, l'autre à un galvanomètre à corde qui déviait plus ou moins suivant la quantité d'électricité dégagée. Celle-ci était fonction de la pression exercée par la masse du pendule sur la lame de quartz.

En 1921, Wood [46] reprenait cette idée et l'appliquait au sel de Rochelle ou sel de Seignette (tartrate double de potassium et de sodium). Son accéléromètre est analogue à celui de Galitzine; il comprend : 1º une masse inerte de 35 kg. déplacée légèrement de sa position naturelle d'équilibre; 2º une lame piézo-électrique en relation avec la masse inerte et soutenue par un arc-boutant dont le rôle a été particulièrement étudié par l'auteur.

Pour détecter et enregistrer les vibrations qui produisent dans ce dispositif des différences de potentiel, on utilise soit un électromètre à corde, soit la grille d'une lampe. Wood termine sa très intéressante étude en préconisant le retour à l'utilisation du quartz.

En 1930, Kato et Nakamura [47] ont construit un appareil du même genre. Ils utilisent un pendule de 10346 kg. reposant sur des piliers ; entre la masse et les supports sont disposées des plaques de quartz piézo-électriques, dont le potentiel est amplifié par des lampes. L'enregistrement est fait photographiquement à l'aide d'un galvanomètre à corde d'Edelman. Le grandissement est plus élevé que celui obtenu par Wood. Cet accéléromètre est destiné à déterminer avec un certain degré de précision la vitesse des ondes élastiques provoquées artificiellement.

2. Usage d'une lame piézo-électrique dans le dispositif des battements.

Au cours de mes mesures de constante diélectrique j'avais été frappée par le fait que la lame parallèle C donnait, pour des longueurs d'onde différentes de la valeur de 260 m., qui m'a servi généralement dans les expériences relatées au chapitre v, des valeurs de la constante diélectrique autres que 4,64. J'ai voulu reprendre systématiquement les mesures en utilisant le champ de longueurs d'onde qu'il était possible d'atteindre dans mon dispositif en faisant varier uniquement les capacités des trois circuits.

En m'appuyant sur la formule $K = \frac{e}{e - x}$, je pouvais suivre les variations de x en fonction des longueurs d'onde utilisées, comme l'indique le tableau ci-dessous :

Nature du diélectrique	$\begin{array}{c} \lambda = 300 \text{ m.} \\ X\mu \end{array}$	$\lambda = 260 \text{ m.} \\ X\mu$	$\lambda = 220 \text{ m.} \\ X\mu$
Lames A ; B	1576	1576	1575
Lames $C \parallel; D \parallel$	1574	1513	1596
Lame $verre_1$	1079	1076	1082
Lame verre ₂	1093	1089	1095

Il apparaît d'une manière évidente que la hauteur compensatrice x des lames parallèles C et D varie nettement en fonction de la longueur d'onde, tandis que les autres lames présentent une constance remarquable. Toute lame douée de propriétés piézo-électriques peut se comporter d'une manière spéciale au point de vue de la constante diélectrique; conclusion à laquelle il fallait s'attendre, la piézo-électricité étant, en effet, une propriété électrique spécifique du quartz taillé de façon particulière.

3. Variation de la hauteur compensatrice x des lames parallèles avec la longueur d'onde.

Les deux lames C et D étant de mêmes dimensions et se comportant de la même façon pour les trois longueurs d'onde utilisées précédemment, je me suis contentée d'étudier en détail l'une d'elles, la lame C. En même temps, en vue d'une comparaison, j'ai procédé aux mêmes mesures sur la lame perpendiculaire A. J'ai obtenu les valeurs ci-dessous :

Tableau de variation de x avec λ pour les lames C || et A |

λ en mètres	Fréquence	Lame C Xµ	Lame A Xµ
207	1.449.300	1461	
210	1.428.600	(1470 1492 stable	
213	1.408.400	1440 instable	
216	1.388.900	1574	
218	1.376.100	On ne peut rétablir	
		les battements avec la lame	
220	1.363.600	\1610 (1596	1576
230	1.304.300	1525	1576
240	1.250.000	1518	1576
250	1.200.000	1514	1575
260	1.153.800	1513	1576
270	1.111.100	1496	1576
280	1.071.400	1498	1576
282	1.063.800	1474	
285	1.052.600	\1450 /1468	
289	1.038(100)	1412	
290	1.034.500	On ne peut rétablir	1576
		les battements avec la lame	1010
291	1.031.000	1666? mesure difficile	
200	1 000 000	a effectuer	
293	1.023.900	Pas de battements	
296	1.013.500	1613	
298	1.006.700	1577	1
300	1.000.000	(1559	1576

On constate tout d'abord que la hauteur compensatrice x reste identique pour les différentes valeurs de λ lorsque la lame A est en expérience ; au contraire, pour la lame C piézoélectrique, *la variation est très importante*. Dans la courbe ci-dessous, les hauteurs x sont en ordonnées et les fréquences en abscisses (fig. 43).



Fig. 43. — Courbe de variation de la hauteur compensatrice en fonction des fréquences (lame C).

Si, comme je le pense, ces résultats proviennent d'expériences correctes, une conclusion expérimentale s'impose en dehors de toute théorie. Tandis que la constante diélectrique des lames perpendiculaires à l'axe varie peu dans les limites où la longueur d'onde peut changer, les lames piézo-électriques présentent des anomalies importantes. Pour la lame piézo-électrique C qui m'a servi (dimensions : 3 cm. suivant la direction perpendiculaire à la fois à l'axe électrique et à l'axe optique, 9 cm. suivant la direction parallèle à l'axe optique, 0 cm. 1928 dans le sens de l'axe électrique), la hauteur compensatrice varie brusquement aux environs de 210 m., présente une discontinuité importante entre 210 et 218 m., et, pour cette dernière valeur, on ne peut plus déterminer x. Un fait analogue au précédent se produit vers 280 m. : la hauteur compensatrice baisse subitement et rapidement pour présenter une discontinuité et remonter brusquement à 296 m.

La courbe entre 220 et 290 m. a une forme curieuse et une symétrie remarquable.

Il me semble donc que si le séismo-condensateur avait son diélectrique partiellement formé par le quartz piézo-électrique et si la longueur d'onde utilisée était au voisinage des valeurs critiques que je viens d'indiquer pour les dimensions des lames que j'ai utilisées, l'effet d'influence sur les battements serait amplifié par les instabilités liées aux anomalies précédentes. Outre les parties voisines des zones de coupure il semblerait possible d'utiliser la courbe entre les points a et b, dans cette région le quartz piézo-électrique accentuerait les variations de capacité. En effet entre ces points, si λ croît, c'est que C croît, puisque $\lambda = v.2\pi\sqrt{CL}$.

En même temps, pour le quartz qui se trouve dans le circuit, x croît, donc $K = \frac{e}{e - x}$ augmente aussi et par suite la capacité. Pareille action ne se produirait pas entre c et f où le quartz joue le rôle connu de stabilisateur. Cependant des mesures faites récemment ont fourni pour la région a b des points qui se groupent comme sur la partie e f de la courbe. La forme signalée me paraît accidentelle. Je l'attribue au fait que lors des premières mesures je cherchais à réduire autant que possible la couche d'air au-dessus de la lame et celle-ci a dû être légèrement comprimée.

Pratiquement, il faudrait installer dans le circuit du séismo-condensateur un condensateur avec la lame piézoélectrique C et régler les trois circuits au voisinage de $\lambda = 218$ m. ou $\lambda = 290$ m.

4. Interprétation possible.

La lame piézo-électrique se trouve ici dans un champ alter-

natif sous une différence de potentiel variable, comme les quartz utilisés par Langevin [48] [49] dans le dispositif connu des ultra-sons¹. On sait que, pour une différence de potentiel V, une lame piézo-électrique se dilate d'une quantité $\delta = 6,32 \cdot 10^{-8}$. V.

Or, pour le sondage du fond de la mer par les ultra-sons, il fallait réaliser une amplitude de vibrations de $\hat{c} = 3 \cdot 10^{-3}$; ce qui nécessitait une tension de l'ordre de 150 000 volts.

Langevin réussit à diminuer la valeur nécessaire de cette tension en utilisant la résonance élastique de la lame de quartz. Une lame de quartz piézo-électrique peut vibrer comme une plaque avec une fréquence inversement proportionnelle à son épaisseur; si la fréquence du courant oscillant est en résonance avec celle de la lame, l'amplitude des oscillations devient environ cinq fois plus grande. En ajoutant des lames d'acier qui entrent elles-mêmes en vibration, l'amplitude des mouvements du système ainsi constitué devient suffisante pour un voltage réduit à 2 500 volts.

Ce qu'il faut retenir du dispositif des ultra-sons pour l'objet que l'on a ici en vue, c'est la relation entre les caractéristiques du circuit oscillant et une vibration mécanique de la lame.

D'autres auteurs, Cady [50-51], Pierce [52], Dye [53], ont étudié le phénomène des vibrations longitudinales ou transversales du quartz en relation avec la piézo-électricité.

Je me suis demandé s'il ne serait pas possible de relier les anomalies que j'ai constatées expérimentalement au phénomène de résonance des lames, c'est-à-dire de comparer la fréquence mécanique à la fréquence électrique.

La vitesse de propagation de l'onde élastique dans le quartz est :

$$V = \sqrt{\frac{\overline{E}}{\rho}} = 546000 \text{ cm./sec.}$$

1. Le circuit d'émission est analogue à celui du microphone-condensateur. Ce circuit agit par induction sur un deuxième circuit dans lequel se trouve le « projecteur », c'est-à-dire l'ensemble vibrant : quartz, acier, et les appareils nécessaires pour régler la fréquence et obtenir un voltage de 2 500 volts. en admettant pour valeurs moyennes [54]:

 $E = 7.9 . 10^{44} dyne/cm.^2 (module de Young)$ $\rho = 2.65 (densité du quartz).$

L'hypothèse d'une vibration en demi-onde conduit à $e = \frac{\lambda}{2}$, d'où :

$$n = \frac{V}{2e} = \frac{546000}{2 \cdot 0.1928} = 1 415 900.$$

Cette fréquence est voisine de celle qui correspond à la première anomalie signalée, mais la deuxième ne trouve pas une explication aussi simple, et cette discordance jette un doute sur la première supposition. On pourrait penser que, la lame reposant sur l'armature inférieure du condensateur, la vibration aurait lieu en quart d'onde, la face supérieure étant seule entièrement libre.

Les formules $n = \frac{V}{4e}$ ou $n = \frac{V+3}{4e}$ ne conduisent à aucun résultat.

Il faut pourtant remarquer que la vibration d'une plaque de quartz est un phénomène très complexe qu'il conviendrait d'étudier en détail. Les vibrations dans le sens perpendiculaire au champ ont seules été l'objet d'études approfondies en vue d'application à la T. S. F., et il n'est pas surprenant que les considérations très simples que je viens d'exposer ne suffisent pas pour éclaircir le phénomène des anomalies. Il conviendrait de reprendre cette question dans un travail ultérieur.

5. Calcul et représentation graphique des variations de capacité du condensateur plan avec quartz piézo-électrique et air.

Cady [50-51] a montré le premier qu'un condensateur à lame de quartz dans un circuit oscillant a une capacité variable avec la fréquence. Ses travaux le conduisirent à l'utilisation du quartz comme étalon de fréquence et par la suite l'application du quartz piézo-électrique se généralisa en T. S. F.¹.

J'ai indiqué dans la courbe ci-jointe (fig. 44) la variation de la capacité du condensateur quartz et air, en fonction des fréquences utilisées. On verra que les mesures des hauteurs compensatrices x destinées à déterminer K sont



Fig. 44. — Variation de la capacité du condensateur quartz et air en fonction des fréquences.

faites de telle manière que l'armature supérieure est au voisinage du diélectrique lorsque celui-ci est introduit dans le condensateur. La distance entre les armatures est donc : (E + x) peu différent de e; je prendrai $E + x = 2000 \mu$ (pour la lame de quartz considérée e = 1928 μ). Le condensateur quartz et air ainsi constitué a une capacité équivalente au condensateur à air dont la distance des armatures est $E = 2000 \mu - x$; x varie avec la fréquence.

Les calculs ont été faits en utilisant les données du tableau p. 84. Il y a lieu de rapprocher cette courbe de celle de Cady.

6. Conclusions relatives aux lames piézo-électriques.

Les deux anomalies de la courbe (fig. 43) mises à part, on

1. Voir un exposé d'ensemble dans F. Bedeau, Le quartz piézo-électrique et ses applications dans la technique des ondes hertziennes (Mémorial des sciences physiques, 1928, fascicule VI). peut constater que de $\lambda = 240$ m. à $\lambda = 260$ m. x reste identique aux erreurs d'expérience près. Toutes les nombreuses mesures qui m'ont servi précédemment pour étudier la méthode des battements ont été faites à 260 m., et j'ai pu conserver et citer les résultats concernant cette lame C parce qu'elle se montre stable pour cette longueur d'onde et ne paraît pas soumise à des phénomènes complexes.

De plus, j'ai constaté que sa constante diélectrique K = 4,64 correspond à la valeur K = 4,66 d'un disque piézoélectrique de dimensions très différentes (lame F : e = 0 mm. 988, d = 5 cm.).

Un calcul analogue à celui que j'ai fait p. 88 pour la lame C donne la fréquence propre de la lame F pour des vibrations soit en quart d'onde, soit en demi-onde, dans le sens du champ; on a :

$$n = \frac{V}{4 \cdot 0,0988} = 1.381.500.$$

$$n = \frac{V}{2 \cdot 0,0988} = 2.763.000.$$

La lame F posée directement sur l'armature inférieure semble donc pouvoir vibrer en quart d'onde au cours des variations de fréquence que j'ai utilisées. Les mesures, cependant, n'accusent aucune anomalie. Voici les résultats obtenus pour la lame F et la lame E :

λ en mètres	Fréquence	Lame F Xµ	Lame E Xµ
208	1.442.200	774	
213	1,408,400	776	
220	1.363.600	778	646
230	1.304.300	776	646
240	1.250.000	777	646
250	1.200.000	776	646
260	1.153.800	778	645
267	1.123.600		643
270	1.111.100	776	645
280	1.071.400	777	645
290	1.034.500	777	645
300	1.000.000	775	646

La lame F ne semble présenter aucune anomalie.

Je rappelle que Ferry (1897) terminait son étude en disant que certains quartz qui montraient dans une partie de leur section des spirales d'Airy avaient un pouvoir inducteur spécifique variable suivant leur position par rapport aux armatures dans l'huile d'olive; mais ces quartz étaient plus sensibles au changement de fréquence que les autres qui ne présentaient pas ce phénomène. Il utilisait probablement ces lames au voisinage de leur résonance, et cela pourrait peutêtre expliquer le chiffre 4,27 très faible qu'il a trouvé pour une lame parallèle.

Jammet [55] signale que les lames minces entrent en vibration moins facilement qu'un échantillon de dimensions normales (5 mm. d'épaisseur environ). On ne descend pas généralement au-dessous de 1 mm. Faut-il penser que cette lame F n'entrerait pas en vibration tandis que la lame C vibrerait?

On peut conclure que la constante diélectrique d'une lame piézo-électrique est de 4,64-4,66, valeur différente de la constante 4,77 d'une lame parallèle taillée parallèlement à un axe électrique.

A partir du moment où des anomalies se manifestent dans la hauteur compensatrice, on ne saurait parler de mesure du pouvoir inducteur spécifique. Le condensateur est en quelque sorte traversé et, dès ce moment, il se comporte comme un système doué de capacité, de résistance et d'impédance¹.

Pendant que ce volume était en cours d'impression, j'ai pu mettre en évidence au moyen de poudre de lycopode la vibration des lames C et D dans les régions correspondant aux anomalies signalées. Ces expériences affirment qualitativement l'existence de mouvements vibratoires; quantitativement les formules simples que j'ai utilisées ne paraissent pas s'appliquer d'une façon satisfaisante.

On voit donc l'intérêt qu'il y aurait à approfondir cette question, ainsi que je l'ai déjà signalé à la page 90.

1. Voir à ce sujet Dye, loc. cit.

BIBLIOGRAPHIE

- MOHOROVICIC (A.), Jahrbuch des meteorologischen Observatoriums in Zagreb für das Jahr 1909, Jahrgang IX, IV. Teil, Abschnitt I: Das Beben vom 8. X. 1909.
- (2) ROTHÉ (E.), Publications du Bureau central séismologique de l'Union géodésique et géophysique internationale. Série A. Travaux scientifiques, fasc. 1, p. 17. Toulouse.
- (3) MOHOROVICIC (A.), Ibid., fasc. 3, p. 5.
- (4) MOHOROVICIC (S.), Die reduzierte Laufzeitkurve und die Abhängigkeit der Herdtiefe eines Bebens von der Entfernung des Inflexionspunktes der primären Laufzeitkurve. II. Mitteilung, Die Ausbreitung der Erdbebenstrahlen in den tiefen Schichten der Erde (Gerlands Beiträge zur Geophysik, XIV, p. 187). Leipzig.
- (5) WADATI (K.), Shallow and deep earthquakes (Geophysical Magazine, vol. I, N. 4, p. 162; vol. II, N. 1, p. 1). Tokyo.
- (6) WRINCH (D.) and JEFFREYS (H.), On the seismic waves from the Oppau explosion (Monthly Notices R. A. S. Geophysical Supplement, vol. I, N. 2, January 1923).
- (7) MAURAIN (Ch.) et ÉBLÉ (L.) (C. R. A. S., t. 179, 1924, p. 337).
 MAURAIN (Ch.), ÉBLÉ (L.) et LABROUSTE (H.) (Journal de physique, 6^e série, t. VI, 1925, p. 65).
- (8) ROTHÉ (E.), LACOSTE (J.), BOIS (C.), DAMMANN (M^{11e}) et HÉE (M^{me}), Étude de la propagation de l'ébranlement des explosions de la Courtine. Comparaison avec l'explosion d'Oppau (Publications du Bureau central international de séismologie. Série A. Travaux scientifiques, fasc. 1, p. 82). Toulouse.
- (9) MAURAIN (Ch.) et ÉBLÉ (L.), Sur la propagation des ondes séismiques dans le calcaire (Annales de l'Institut de physique du Globe de Paris, t. IV, 1926, p. 141). Paris.
- (10) MEISSER (O.) und MARTIN (H.), Zur Registrierung von schnell verlaufenden Vorgängen für geophysikalische Untersuchungen (Ztschr. f. Geophysik, II, 1926, p. 269). Leipzig.
- (11) MAILLET (R.), BAZERQUE (J.), La prospection du sous-sol (Annales des mines, octobre 1931). Paris.

ROTHÉ (E.), Les méthodes scientifiques appliquées en prospection du sous-sol (Comptes-rendus du Congrès de l'Union des Sociétés industrielles de France). Strasbourg, juin 1931.

(12) ROTHÉ (E.), Les applications de la télégraphie sans fil. Paris, 1921.

- (13) FRITTS (E. C.), A determination of the dielectric constants of five gases by a high frequency method (The physical Review, XXIII, 1924, p. 345). London.
- (14) BEDEAU, Contribution à la réalisation d'un étalon de faible capacité. Thèse de Paris, 1926. Paris, E. Chiron, éditeur.
- (15) ECCLES (W. H.) and VINCENT (J. H.) (Proceedings of the Royal Society, series A, vol. 96, p. 455). London.
- (16) VINCENT (J. H.), Further experiments on the variation of wavelengths of the oscillations generated by ionic valve due to changes in filament currant (Proc. Royal Society, series A, vol. 97, 1920, p. 191). London.
- (17) SUCKSMITH (Philosophical Magazine and Journal of Science, vol. XLIII, 6th series, 1922, p. 226). London.
- (18) BELZ (M.), The heterodyne beat method and some applications to the physical measurements (Phil. Magazine, 6th series, vol. XLIV, July 1922, p. 479). London.
- (19) WERNER (W.) and KEESOM (W. H.) (Proceedings of the Section of Science, 1926, 1st part, p. 34). Amsterdam.
- (20) WAGSTAFF, The application of oscillating valve circuits to the precise measurement of certain physical quantities (Phil. Mag., January 1924, 6th series, vol. XLVII, p. 66). London.
- (21) ROTHÉ (E.) et REMY (A.), Appareil de synthèse des mouvements périodiques (Le Journal de physique et le Radium, juillet 1926, série VI, t. VII, nº 7, p. 193). Paris.
- (22) MERCIER (C. R. A. S., t. 174, 1922, 1, p. 448).
- (23) WOLF (Ann. der Physik, 83, 1927, p. 884). Leipzig.
- (24) Pellat, Traité de physique, t. I, p. 222. Paris.
- (25) FERRY, The inductive dielectric capacity of dielectrics in slowly and rapidly changing electric field (Phil. Mag., 5 th series, vol. XLIV, 1897, p. 404). London.
- (26) Romich und Nowak (Sitzungen der k. Akad. d. Wissensch, 70, II. Abt., 1874, p. 380). Wien.
- (27) BOLTZMANN (Ibid., 1873, p. 81).
- (28) CURIE (J.), Recherches sur le pouvoir inducteur spécifique et la conductibilité des corps cristallisés (Annales de chimie et de physique, 6^e série, t. XVII, 1889, p. 385). Paris.
- (29) PELLAT, Appareil destiné à mesurer des pouvoirs inducteurs spécifiques des corps solides ou des corps liquides (Journal de physique, t. IV, 1895, 3^e série).
- (30) SCHMIDT, Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Krystallen mit elektrischen Wellen (Annalen der Physik, IV. Folge, Band 9, p. 919). Leipzig.

- (31) STARKE (H.), Ueber eine Methode zur Bestimmung der Dielektrizitätsconstanten fester Körper (Wied. Ann., LX, 1897, p. 629).
- (32) FELLINGER (R.), Bestimmung der Dielektrizitätsconstanten von Krystallen im homogenen elektrischen Felde (Annal. der Physik, IV. Folge, 7, 1902, p. 333). Leipzig.
- (33) GRAETZ UND FROMM, Ueber die Bewegung dielektrischer Körper im homogenen elektrischen Feld (Wied. Ann., LIII, 1894, p. 85; Sitzungsber. der bayerischen Akad., XXIII, 1893, p. 275).
- (34) THORNTON, The measurement of dielectric constants by the oscillations of ellipsoids and cylinders in a field of force (Proc. of the Royal Society of London, series A, LXXXII, 1909, p. 422).
- (35) GAGNEBIN, Recherches expérimentales sur la variation thermique des constantes diélectriques du quartz cristallisé (Archives de sciences physiques et naturelles, vol. VI, mai-juin 1924, p. 161). Genève.
- (36) DIETERICH (A.), Ueber die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante von Quarz Flüssigkeit und Gips (Ann. der Physik, LXXXI, 1926, p. 523). Leipzig.
- (37) PELLAT et SACERDOTE, Électrostatique non fondée sur les lois de Coulomb. Forces électriques agissant sur un diélectrique non électrisé (Journal de physique, 3^e série, t. V, 1896, p. 525). Paris.
- (38) JEZEWSKI, Sur la variation des constantes diélectriques et des densités de quelques liquides avec la température (Journal de physique et le Radium, t. III, série VI, 1922, p. 293). Paris.
- (39) CURIE (J.), Recherches sur la conductibilité des corps cristallisés (Annales de chimie et de physique, VI, 18, 1889, p. 203). Paris.
- (40) ROTHÉ (E.), Principe d'une méthode de détermination précise de la propagation des ondes séismiques (C. R. A. S., 1923, 1, t. 177, p. 1050).

Procès-verbaux des séances de la deuxième conférence de la section de séismologie de l'Union géodésique et géophysique internationale, Madrid, 1924, p. 113. Toulouse.

- (41) DUCKERT (P.), Seismophon und neuer Seismograph (Zwei Erschütterungsmesser. Ztschr. f. Instrumentenkunde, 1926, p. 71). Berlin.
- (42) OBATA (J.), An electrical device for the direct recording of acceleration (Proc. of the physico-mathematical Society of Japan, 3d series, vol. IX, N. 5, 1927, p. 83). Tokio.
- (43) HAENO (S.), The radio-seismograph (Japanese journal of Astronomy and Geophysics, vol. VIII, N. 2, 1931).
- (44) ROTHÉ (E.), REMPP (G.), LACOSTE (J.), BOIS (Ch.), HÉE (M^{me} A.) et DAMMANN (M^{ile} Y.), Observations faites à l'occasion de l'explosion d'Hagondange par l'Institut de physique du Globe de Strasbourg (Annuaire de l'Institut de physique du Globe de Strasbourg, 1924, p. 110).

- (45) GALITZIN (B.), An apparatus for the direct determination of accelerations (Proc. Roy. Soc., A 95, 1918, p. 492). London.
- (46) Wood (H. O.), On a piezo-electrical accelerograph (Bulletin of the seismological Society of America, vol. XI, 1921, p. 15). Stanford University, Cal.
- (47) KATÔ (J.) and NAKAMURA, On the piezo-electric accelerometer and its application to the measurements of the velocity of the elastic waves produced by artificial disturbances (Proc. of the Imperial Academy of Japan, VI, 1930, N. 7, p. 272).
- (48) Le sondage sous-marin par les ultra-sons (Recherches et inventions, 6^e année, 1925, p. 441); d'après la Revue hydrographique de novembre 1924.
- (49) LEBLANC (Maurice), Les ultra-sons (Revue générale des sciences, t. XXXVII, 1926, p. 298).
- (50) CADY, The piezo-electric resonator (Proc. of the Institute of Radio Engineers, t. X, 1922, p. 83).
- (51) CADY, An international comparison of radio wavelength standards by means of piezo-electric resonators (Ibid., t. XII, 1924, p. 805).
- (52) PIERCE (Proc. American Academy of Arts and Sciences, vol. LIX, 1923, p. 82; vol. LX, 1925, p. 271).
- (53) DYE, Piezo-electric quartz resonator and equivalent electrical circuit (Proc. Phys. Soc., vol. XXXVIII, 1926, p. 399). London.

7

- (54) VIVIÉ (J.), Les cristaux en T. S. F. (Q. S. T., 1927, p. 17).
- (55) JAMMET (L'onde électrique, 1928, p. 63).

SÉRIE A, TRAVAUX.

COURBES ISODIASTÉMATIQUES

NOUVELLE MÉTHODE POUR LES CALCULER

Par Pierre-M. Descotes, S. J.

Directeur de l'Observatoire San Calixto de La Paz (Bolivie)

Un problème fréquent en séismométrie courante est la détermination des coordonnées géographiques des épicentres des tremblements inscrits.

Les séismographes modernes, surtout ceux qui utilisent l'inscription magnéto-photographique, comme ceux du prince B. Galitzin et ceux qui sont munis d'un amortissement suffisant ou apériodique et aussi d'un grand pouvoir amplificateur, fournissent un grand nombre de séismogrammes où les phases du mouvement et l'arrivée des différentes classes d'ondes sont clairement définies. Il est donc ainsi facile de déterminer soit la distance épicentrale Δ , par les formules bien connues et les tables hodochrones existantes ¹, soit l'azimut de l'épicentre, par les valeurs des amplitudes vraies des deux composantes horizontales.

En possession de ces deux valeurs, on peut en chaque cas, même avec les données d'une seule station, en déduire les coordonnées géographiques de l'épicentre, au moyen de formules de la trigonométrie sphérique et beaucoup plus facilement et, pour ainsi dire, instantanément, si l'on possède une mappemonde où sont représentées les distances de chaque point et leur azimut par rapport à l'observatoire.

1. Suivant le vœu exprimé par la section à la conférence internationale de Stockholm (1930), nous substituons l'expression d'hodochrone à celle d'hodographe. [N. D. L. R.] Mais il y a des cas moins favorables où, à cause du manque de netteté des phases ou de l'agitation microséismique, la détermination de l'azimut n'est pas aussi certaine; comme la détermination de la distance épicentrale Δ , par les temps d'arrivée des différentes ondes, est beaucoup plus facile et fréquemment employée, on peut presque toujours déterminer la position de l'épicentre avec les données de 2 ou 3 stations suffisamment éloignées les unes des autres.

De là, la grande utilité qu'il y aurait à ce que chaque observatoire eût constamment sous la main une carte à une échelle convenable pour pouvoir y faire des mesures suffisamment précises, et où se trouveraient tracés les distances et azimuts des différents points de la terre.

De telles cartes, appelées *Cartes isodiastématiques*, existent déjà pour plusieurs observatoires, tels que Ischia, Hambourg, Uccle, Saint-Louis (Missouri), Rome, etc., mais leur nombre est insuffisant et il serait très désirable qu'elles fussent publiées et à une échelle assez grande, au moins pour les principaux observatoires convenablement distribués sur toute la surface du globe, et fussent disponibles pour les calculs des épicentres.

Dans plusieurs publications, déjà anciennes, se trouve exposée la méthode indiquée par G. von Grablowitz pour calculer ces cartes isodiastématiques. Malgré cela, relativement peu nombreux sont les observatoires qui ont effectué ce travail; il est fort probable que la cause en est dans l'énorme somme de travail que le calcul de ces cartes suppose et, dans la plupart des cas, il n'est certainement pas toujours possible d'imposer un tel surcroît de travail au personnel dont on dispose.

Il m'a donc paru souhaitable de trouver un procédé plus expéditif tout en conservant une exactitude suffisante pour le calcul de ces cartes.

— 100 —

Méthode ordinaire

Le procédé généralement employé consiste à calculer au moyen d'un système d'équations les coordonnées géographiques des points d'intersection des grands cercles azimutaux avec les cercles d'égales distances au point choisi.



Fig. 1

Soit le triangle sphérique APB sur la sphère terrestre et où P est le pôle Nord; A l'observatoire; Bun des points d'intersection dont on désire trouver les coordonnées géographiques.

Dans ce triangle, nous connaissons :

 λ colatitude de l'observatoire;

A angle azimutal du point B;

 Δ distance du point *B* à l'observatoire, distance

que nous ferons varier de 1 000 en 1 000 kilomètres, dans l'intervalle de 1 000 à 20 000 kilomètres.

Avec ces trois valeurs, nous pouvons calculer¹:

a) l'angle en P, ou différence de longitude entre la station A et le point B cherché,

b) la colatitude λ' de ce même point,

au moyen du système suivant d'équations trigonométriques :

Tang.
$$\frac{1}{2}$$
 (P+B) $= \frac{\cos \frac{1}{2} (\Delta - \lambda)}{\cos \frac{1}{2} (\Delta + \lambda)}$ Cot. $\frac{1}{2}$ A
Tang. $\frac{1}{2}$ (P-B) $= \frac{\sin \frac{1}{2} (\Delta - \lambda)}{\sin \frac{1}{2} (\Delta + \lambda)}$ Cot. $\frac{1}{2}$ A

1. Carte des courbes isodiastématiques pour Uccle, par E. Lagrange. Bruxelles, 1907.

$$- 101 - \frac{1}{2} (\lambda') = \frac{\cos \frac{1}{2} (\Delta + \lambda)}{\cos \frac{1}{2} (P + B)} \sin \frac{1}{2} A$$

101

Ce procédé, au point de vue mathématique, est certes complètement satisfaisant, mais dans la pratique il n'en est plus ainsi, car il requiert pour chaque point à déterminer la résolution de ce système de 3 équations. Ceci rend très laborieux le calcul complet des courbes et en fait un travail de très longue haleine, capable de décourager, si l'on ne dispose, ce qui est le cas fréquent, ni de beaucoup de temps ni d'un personnel très rompu aux calculs trigonométriques.

Nouvelle méthode

La nouvelle méthode que nous proposons — et à l'aide de laquelle nous avons calculé les courbes isodiastématiques pour La Paz — permet, grâce à la simplicité des formules employées, un calcul rapide et en série des coordonnées géographiques d'autant de points qu'il est nécessaire pour obtenir un tracé précis de ces courbes en rapport avec l'échelle choisie.

Et si, au lieu de leurs logarithmes, nous prenons les valeurs naturelles des arcs, ce qui permet l'usage des machines à calculer si répandues actuellement, tout le calcul des courbes peut être fait en un petit nombre d'heures de travail.

La méthode consiste à déterminer¹ :

A) pour les courbes d'égale distance, leurs points d'intersection avec les *parallèles* successifs;

B) pour les courbes d'égal azimut, leurs points d'intersection avec les *méridiens* successifs.

a) Pour les courbes d'égale distance, on calcule leurs points d'intersections avec les parallèles successifs.

Si dans le triangle PAB de la fig. 1 nous admettons, comme auparavant, que λ soit la colatitude de l'observa-

1. Cette idée me fut suggérée par E. Dupuy.

toire ; λ' la colatitude du parallèle dont on veut déterminer l'intersection avec la courbe de distance ;

 Δ la distance angulaire de la courbe considérée ;

P l'angle en *P*, ou différence de longitude entre l'observatoire et le point *B* cherché, intersection du parallèle de colatitude λ' avec le cercle de distance correspondant à Δ ;

dans ce triangle, P est la seule inconnue et nous pouvons en calculer la valeur par la formule générale :

Cos.
$$\Delta = \cos \lambda \cos \lambda' + \sin \lambda \sin \lambda' \cos P$$

qui peut être mise sous cette autre forme :

Cos. P =
$$\frac{\cos \Delta}{\sin \lambda + \sin \lambda'} = \cot \lambda + \cot \lambda'$$
 (I)

Si, au lieu des colatitudes λ et λ' , nous préférons l'emploi de latitudes φ et φ' des points A et B, ce qui présente certains avantages dans la pratique, à cause des notations habituelles des cartes — raison qui nous a déterminés à l'employer pour notre travail de La Paz — la formule (I) devient :

$$\text{Cos. } \mathbf{P} = \frac{\text{Cos. } \Delta}{\cos \varphi + \cos \varphi'} - \text{tang. } \varphi + \text{tang. } \varphi' \text{ (II)}$$

Dans cette formule, on prendra φ comme quantité toujours positive, et φ' avec le signe + ou -, selon que B se trouve dans le même hémisphère ou dans l'autre.

Nous n'avons donc, pour calculer nos courbes de distances, qu'une *seule* et très simple *équation* à résoudre ; calcul qui se fait très facilement et systématiquement, comme nous l'indiquerons un peu plus loin.

b) Pour les courbes d'égal azimut, on calcule leurs points d'intersection avec les méridiens successifs.

En traitant le problème de cette façon, il s'ensuit une conséquence très importante, au point de vue de la pratique et de la rapidité du travail. En effet, comme les grands cercles d'azimut ne sont autre chose que les courbes de navigation orthodromiques d'un point A vers un autre point quelconque B, nous pouvons nous dispenser de tout calcul par l'emploi de n'importe quelle table de navigation, par exemple les Tables de navigation de Perrin, où ces courbes se trouvent toutes calculées.

En effet, si A est l'azimut ou angle de route orthodromique, P, φ et φ' désignent les mêmes valeurs que plus haut, fig. 1 ; nous avons, pour déterminer la latitude φ' d'un point d'intersection de la courbe avec les méridiens, la relation bien connue :

Cos. $P \sin \varphi = \tan \varphi \cos \varphi - \cot A \sin P$, qui peut s'écrire :

Cot. A =
$$\frac{\tan g. \varphi' \cos. \varphi}{\sin. P} - \frac{\sin. \varphi}{\tan g. P}$$

ou bien encore :

$$\frac{\text{Cot. A}}{\text{Cos. } \varphi} = \frac{\text{tang. } \varphi'}{\text{sin. P}} - \frac{\text{tang. } \varphi}{\text{tang. P}};$$

et si nous faisons :

$$\frac{\text{Cot. A}}{\text{Cos. }\varphi} = \mathbf{p}'$$

nous avons :

$$\mathbf{p}' = \frac{\mathrm{tang.} \ \varphi'}{\mathrm{sin.} \ \mathbf{P}} - \frac{\mathrm{tang.} \ \varphi}{\mathrm{tang.} \ \mathbf{P}}$$
 (III).

La Table II de Perrin nous donne toute calculée la valeur $\frac{\text{tang. } \phi}{\text{tang. } P}$ avec les arguments ϕ et *P*.

Puis faisant : p' + $\frac{\tan g. \varphi}{\tan g. P} = p_4$, la relation (III) devient : $\frac{\tan g. \varphi'}{\sin P} = p_4$ (IV).

Alors en prenant pour arguments p_i et P, la Table I de Perrin nous donne φ' , de nouveau, sans calcul.

Dans le cas où l'on n'aurait pas à sa disposition les tables de navigation, on peut calculer φ' sans grande difficulté, en donnant à la formule (III) la forme :

Tang. $\varphi' = p' \sin P + tang. \varphi \cos P (V)$,

relation qui se calcule très facilement et systématiquement, comme nous l'indiquons plus loin.

Avantages de la méthode

Les avantages de cette nouvelle méthode sur le procédé habituel sont très évidents, tant pour le calcul proprement dit des points des courbes que pour le tracé graphique sur la carte.

D'abord, pour le calcul de chaque point des courbes, M par



exemple dans la fig. 2, qui est l'intersection des courbes de distances avec les courbes azimutales et appartient par conséquent aux deux, il est nécessaire, dans la méthode ordinaire, d'effectuer la résolution d'un système de 3 équations et, si nous voulons augmenter le nombre de

points d'intersection pour rendre le réseau plus dense et obtenir ainsi une plus grande précision, pour chaque nouveau point, M' par exemple ou M'', il sera de nouveau nécessaire de résoudre le système des 3 équations.

Au contraire, dans la méthode que nous proposons, il suffit d'une *seule* et très simple équation pour chaque point de la courbe des distances et de l'*emploi* commode des tables de navigation, *sans aucun calcul*, pour chaque point des courbes azimutales.

La supériorité devient d'autant plus notable que le réseau est plus dense, ce qui est évident. Et même dans le cas où l'on n'aurait pas sous la main les tables de navigation, la supériorité n'en est que très peu diminuée, puisque alors le calcul de chaque point des courbes azimutales se réduit à la résolution de la très simple équation (V).

En second lieu, dans le procédé habituel, la position de



Séismographes de la station de La Paz (Bollvie).


Séismographes de la station de La Paz (Bolivie).

chaque point déterminé des courbes ne tombe pas exactement sur les parallèles et méridiens du réseau et de là la nécessité, au moment du transfert sur la carte des valeurs calculées, d'une double interpolation en longitude et latitude de leurs coordonnées géographiques, ce qui est évidemment cause d'une perte notable de temps et de précision. Tandis que dans notre méthode chaque point calculé se trouve sur un méridien ou un parallèle *exactement* fixé d'avance sur la carte.

Exemple d'application de la méthode au cas de l'Observatoire de La Paz

Pour une plus claire intelligence de cette nouvelle méthode et de son exécution pratique et comme démonstration de la simplicité des calculs à faire, nous donnons, comme exemple d'application, la manière de procéder que nous avons suivie pour obtenir les courbes isodiastématiques pour La Paz, dont les coordonnées géographiques sont :

Longitude	W.	68º 08'
Latitude	S.	16º 30'

D'abord nous avons construit un planisphère en projection Mercator, en prenant comme axe de la carte le méridien de La Paz qui devient, par là même, axe de symétrie des courbes d'égale distance et des courbes d'égal azimut.

Les méridiens sont représentés par des droites verticales équidistantes et les parallèles par des droites horizontales dont les intervalles successifs s'obtiennent facilement au moyen d'une table de latitudes croissantes, par exemple la Table n° VI de Friocourt¹.

Une échelle de la carte au 40 000 000^e est suffisante et il convient de tracer les méridiens et parallèles de degré en degré pour faciliter les mesures ultérieures sur la carte.

1. Tables de logarithmes et de navigation, par G. Friocourt (Challamel, Paris). Il nous semble inutile de recommander comme une chose très pratique, et que nous avons effectuée pour notre carte, de tracer le réseau de méridiens et de parallèles à la *même échelle* que celle d'un planisphère que l'on posséderait déjà, car il est ainsi très facile de transporter ensuite par calque, sur ledit réseau, les contours des continents et autres détails figurés sur le planisphère et de fixer directement sur la carte. par leurs coordonnées géographiques exactes, les observatoires et villes principales.

COURBES D'ÉGALE DISTANCE

Nous avons choisi les équidistances de 1 000 en 1 000 kilomètres, ce qui correspond pratiquement à une distance angulaire de 9 degrés.

1. — Points des courbes de distance situés sur l'axe de symétrie (tangentes horizontales)

Les latitudes φ' de ces points s'obtiennent simplement en ajoutant algébriquement, avec le signe convenable, successivement 9 degrés à la latitude de l'Observatoire. — On obtient ainsi la table suivante qui nous donne, d'ores et déjà, deux points importants pour chaque courbe de distance, c'est-à-dire leurs tangentes horizontales au méridien de l'Observatoire, et nous indique les limites extrêmes de latitude entre lesquelles il faudra calculer les autres points de la courbe.

Table I. - Latitudes des points sur l'axe de symétrie

R	Δ	Latitude q'	Latitude ợ'
0 km.	00	16º 30' S	16º 30' S
1000	90	7º 30' S	25° 30' S
2000	18º	1º 30' N	34º 30' S
3000 .	27°	10º 30' N	43º 30' S
4000	36°	19º 30' N	52° 30' S
5000	450	28° 30' N	61º 30' S
6000	54^{o}	37º 30' N	70° 30' S
7000	63°	46° 30' N	79º 30' S
8000	72°	55° 30' N	88º 30' S
9000	81º	64º 30' N	82º 30' S
10 000	90°	73° 30' N	73º 30' S

A partir de là, on permute les valeurs antérieures :

11 000 km.	990	82º 30' N	64º 30' S
12 000	1080	88º 30' N	55° 30' S
13 000	117°	79° 30' N	46° 30' S
14 000	126°	70° 30' N	37º 30' S
		•••••	S
18 000	162^{o}	34º 30' N	1º 30' S
19 000 ·	171°	25º 30' N	7º 30' S
20 000	180°	16º 30' N	16º 30' N

2. — Tables préparatoires

Table A. Valeurs de (tang. φ , tang. φ')

On multiplie, à la machine à calculer, la valeur naturelle de tang. $\varphi = 16^{\circ} 30' = 0.29621$ par la valeur naturelle des tangentes de tous les arcs, de degré en degré, depuis 1° jusqu'à 80°, limite pratique des latitudes dans la projection Mercator.

Table B. Valeurs de $\frac{1}{\cos \varphi - \cos \varphi}$,

Si nous remarquons que $\frac{1}{\cos \varphi} = \text{séc. } \varphi$, on multipliera à la machine la valeur naturelle de séc. $\varphi = 16^{\circ} 30^{\circ} = 1.04295$ par les valeurs naturelles des sécantes trouvées dans une table de ces lignes depuis 1° jusqu'à 80°.

Ou bien encore, sachant que $\frac{1}{\cos \varphi} = \text{séc. } \varphi = 1 + \text{séc.}$ externe φ , nous pouvons directement trouver les valeurs de $\frac{1}{\cos \varphi}$ et $\frac{1}{\cos \varphi}$ dans une table qui donne ces valeurs fréquemment employées par les ingénieurs, telle que la Table XXIX de Searle E. Ives, Field Engineering¹.

3. — Tables particulières à chaque courbe

Soit une courbe de distance angulaire R :

a) On multiplie, à la machine, par cos. Δ relatif à R, les valeurs de la table préparatoire B correspondantes aux valeurs φ' comprises entre les limites extrêmes indiquées par la table I.

1. Library Wiley & Sons Incorp. New-York.

b) On ajoute aux valeurs ainsi obtenues les valeurs correspondantes de (tang. φ tang. φ') données par la table A, affectées du signe convenable. On obtient ainsi : cos. P.

Dans la pratique on disposera les résultats de la manière suivante :

Exemple. — Soit la courbe R = 1 000 km.; $\Delta = 9^{\circ}$; cos. $\Delta = 0.98769$; et désignant par *TB* les valeurs de $\frac{1}{\cos \varphi - \cos \varphi}$, de la table B pour le parallèle considéré :

Latitude	0.02700			0	Longitudes	s des points
au parallèle	$0.98769 \times \overline{1B}$	-tg φ. tg φ'	Cos. P		68° 8' + P	68° 8' — P
S 8° S 9° S 10°	$\begin{array}{c} 1.04 & 024 \\ 1.04 & 296 \\ 1.04 & 600 \end{array}$	$0.04163 \\0.04691 \\0.05223$	$\begin{array}{c} 0.99 & 861 \\ 0.99 & 605 \\ 0.99 & 377 \end{array}$	3° 01' 5° 06' 6° 24'	W 71° 09' W 73° 14' W 74° 32'	W 65° 07' W 63° 02' W 61° 44'
· · · S 23º S 24º S 25º	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c} \dots \\ \dots $	$\begin{array}{c} & \dots \\ 0.99 \ 334 \\ 0.99 \ 572 \\ 0.99 \ 847 \end{array}$	· · · · 6° 37' 5° 18' 3° 10'		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

2^e exemple. — Soit R = 9 000 km.; $\Delta = 81^{\circ}$; cos. $\Delta = 0.15643$.

Latitude	0. 1. N. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1.		2 0		Longitudes	des points
ou parallèle	0.15643 X <u>1B</u>	-lang. ợ lg. 🖓	Cos. I'	Р	68° 8' + P	68° 8' — P
N 64° N 63° N 62°	$\begin{array}{c} 0.37 \ 217 \\ 0.35 \ 937 \\ 0.34 \ 752 \end{array}$	+ 0.60 732 + 0.58 134 + 0.55 709	+ 0.97 949 + 0.94 071 + 0.90 461	11º 38' 19º 50' 25º 14'	W 79° 46' W 87° 58' W 93° 22'	W 56° 30' W 48° 18' W 42° 54'
	0.34 732	+ 0.35 705	- 0.30 +01			
N 1º 0º	0.16 317 0.16 315	$+ \begin{array}{c} 0.00 & 517 \\ 00 & 000 \end{array}$	+ 0.16 832 + 0.16 315	80º 18' 80º 36'	W 148º 26' W 148º 44'	E 12º 10' E 12º 28'
S 1º 	$0.16 \ 317$	0.00 517 	+ 0.15 798	80° 54' •••••	W 149º 02' · · · ·	E 12º 46'
 S 78º S 79º	$\begin{array}{c} \dots \dots \\ 0.78 \ 470 \\ 0.85 \ 504 \end{array}$	-1.39 356 -1.52 387	0.60 886 0.66 883	127° 30' 131° 59'	 E 164º 22' E 159º 53'	 Е 59° 22' Е 63° 51'
S 80º	0.93 954		-0.74035	137° 45'	E 154º 07'	E 69º 37'

La table $R = 10\ 000$ n'a besoin d'être calculée qu'entre les latitudes 73° N. et 1° N., car les valeurs de P, entre 1° S. et 73° S., sont les suppléments des valeurs trouvées pour les latitudes Nord de même valeur.

De R = 11 000 à R = 19 000, les valeurs de P se déduisent des valeurs déjà calculées, de la manière suivante :

Soit $R = 14\ 000$; on cherche la table $R = 20\ 000$ — 14 000 = 6 000, et pour les valeurs de P correspondant aux parallèles de latitude Nord dans la table $R = 14\ 000$, on prend les suppléments des valeurs de P correspondant aux parallèles de la même latitude Sud dans la table $R = 6\ 000$.

Puis, d'une manière identique, on fait correspondre les P des parallèles de latitude Sud de la table $R = 14\ 000$ avec les P de latitude Nord de la table $R = 6\ 000$.

ll suffit donc de calculer les dix tables depuis R = 1000jusqu'à R = 10000, puis, suivant les instructions antérieures, de prendre pour les tables de 11000 à 19000 les suppléments des valeurs trouvées dans les premières, pour latitude égale mais de signe contraire.

Courbes d'égal azimut

Ici se termineraient tous les calculs à faire pour obtenir les courbes isodiastématiques des distances et des azimuts, si l'on possédait les tables de navigation, car alors il suffirait, pour obtenir ces dernières, de prendre les valeurs qui s'y trouvent toutes calculées, comme il a été dit ci-dessus.

Dans le cas où l'on ne possède pas ces tables de navigation, on calcule les valeurs de φ' par la formule (V)

Tang. $\varphi' = p' \sin P + \tan g. \varphi \cos P$

Nous indiquons ci-dessous, comme exemple de ce cas, ce qu'il y aurait à faire pour La Paz.

Comme le méridien du lieu est axe de symétrie, il suffit de faire les calculs pour un seul hémisphère, par exemple l'hémisphère W. du méridien. Si nous considérons les azimuts de 10 en 10 degrés, comptés dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre, à partir du demi-méridien : La Paz-pôle Sud, nous déterminerons les intersections de ces azimuts avec les méridiens 70° W., 80° W...... 180° W., 170° E., 160° E., 150° E...... 120° E, correspondant aux angles P = 1°52', 11°52', 21°52'...... 171°52'.

Dans la pratique, nous formerons d'abord la table p' = $\frac{\text{cotg. A}}{\cos z}$, et pour cela, comme pour La Paz,

$$\frac{1}{\cos z} = \frac{1}{\cos z} = \frac{1}{1000} = 1.04\ 295;$$

il nous suffira de multiplier cette valeur 1.04 295 par les valeurs naturelles de cotg. A correspondant à $A = 10^{\circ}$, 20°, 30°...... 80° et de changer de signe pour obtenir les produits correspondant à 90 < A < 180.

On effectuera ensuite les produits (p'. sin. P) relatifs à chaque valeur de P; c'est-à-dire que, pour chaque méridien considéré, on multiplie la valeur constante sin. P qui lui correspond par les valeurs de p' relatives à chaque azimut.

Si nous disposons dans une table, à part pour chaque méridien, des valeurs (p'. sin. P) ainsi obtenues, il suffira d'ajouter à ces valeurs une quantité constante pour chaque table (tang. φ cos. P) pour obtenir la valeur cherchée, tang. z'.

Exemple. — Soient les tables relatives à deux méridiens quelconques, le 70° W. et le 120° W., qui nous donnent les valeurs de φ' correspondant aux intersections de ces méridiens avec les divers azimuts.

Table 70° W.; P = 1° 52'; Sin. P = 0.03 257

Indice de p' Azimut	p'. sin. P	tang. q'	φ'
10º 20º 30º	$\begin{array}{c} 0.19 \ 265 \\ 0.09 \ 333 \\ 0.05 \ 884 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0.48 & 870 \\ 0.38 & 938 \\ 0.35 & 489 \end{array}$	S 26° 03' S 21° 17' S 19° 32'
··· 90° 100° 110°	$\begin{array}{c} \dots \dots \\ 0.00 \ 000 \\ -0.00 \ 599 \\ -0.01 \ 236 \end{array}$	$\begin{array}{c} \dots \dots \\ 0.29 \ 605 \\ 0.29 \ 006 \\ 0.28 \ 369 \end{array}$	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
 150° 160° 170°	$\begin{array}{c} & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\$	$\begin{array}{c} 0.23 & 721 \\ 0.20 & 272 \\ 0.10 & 340 \end{array}$	 S 13º 21' S 11º 28' S 5º 54'

Table 120° W.; $P = 51^{\circ} 52'$; Sin. P = 0.78 658

Indice de p' Azimut	p'. sin. P	Tang. ¢'	φ'
10° 20° 30°	$\begin{array}{c} 4.65 \ 251 \\ 2.25 \ 393 \\ 1.42 \ 091 \end{array}$	$\begin{array}{c} 4.83 & 542 \\ 2.43 & 684 \\ 1.60 & 382 \end{array}$	S 78° 19' S 67° 41' S 58° 03'
	0.00.000		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
100° 110°	$\begin{array}{r} 0.00 & 000 \\ & 0.14 & 465 \\ & 0.29 & 859 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.18 \ 251 \\ + \ 0.03 \ 826 \\ - \ 0.11 \ 568 \end{array}$	S 2º 11' S 2º 11' N 6º 36'
···· 1500	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
160° 170°	$\begin{array}{r} -1.42 & 0.01 \\ -2.25 & 393 \\ -4.65 & 251 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1.25 & 500 \\ - & 2.07 & 102 \\ - & 4.46 & 960 \end{array}$	N 64º 14' N 77º 23'

Si nous résumons brièvement les tables à faire, nous pouvons en former la liste suivante :

I. — Courbes des distances

T.~A. — Valeurs des tangentes horizontales. $\varphi \pm$ 9°, 18°, 27°...... 180°.

Formule : cosin. P = $\frac{\cos \Delta}{\cos \varphi \cos \varphi}$ - tang. φ tang. φ

T. B. — Valeurs de (tang. φ tang. φ '), de 1º à 80º, de degré en degré.

T. C. — Valeurs de $\frac{1}{\cos \varphi + \cos \varphi'}$ de 1° à 80°, de degré en degré.

 $T. D_1$. — Produits de 0.98 769 (cos. $\Delta = 9^{\circ}$) par nombres de T. B., entre limites données par T. A.

 $T. D_2$. — Produits de 0.95 106 (cos. $\Delta = 18^{\circ}$) par nombres de T. B., entre limites données par T. A.

 $T. D_3$. — Produits de 0.89 101 (cos. $\Delta = 27^{\circ}$) par nombres de T. B., entre limites données par T. A.

T. D_{11} . — Comme T. D_9 prenant les suppléments des P pour latitude égale mais de signe contraire.

T. D_{12} — Comme T. D_8 prenant les suppléments des P pour latitude égale mais de signe contraire.

II. — Courbes azimutales

Emploi des tables de navigation pour valeurs de φ' . — Tables I et II de Perrin, par exemple.

A défaut de celles-ci :

Formule : tang. $\varphi' = p' \sin P + tang. \varphi \cos P$, où $p' = \frac{\cot ang. A}{\cos \varphi}$.

T. A. — Valeurs de p' : produits de $\frac{1}{\cos \varphi}$ par cotang. de chaque azimut, entre 0° et 90°, de 10° en 10°, ce qui donne P₁, P₂, P₃.....

T. B. — Valeurs naturelles de : sin. P et cos. P, de 10° en 10° et valeurs de (cos. P tang. φ) de 10° en 10°.

T. C_4 . — Produits de sin. P = 10° par p'_4, p'_2, p'_3.....

T. C_2 . — Produits de sin. P = 20° par p'₄, p'₂, p'₃.....

T. C_3 . — Produits de sin. P = 30° par p'₄, p'₂, p'₃.....

Ajouter, dans ces tables, aux produits antérieurs. les va-

leurs de (cos. P tang. φ) de T. B., ce qui donne les valeurs de tang. φ' .

Conclusion

Les tables T. D_4 à T. D_{49} des courbes des distances nous donnent les *longitudes* de chacun des points d'intersection de ces courbes avec chaque degré rond de *latitude* des parallèles coupés par elles, et les tables T. C. des azimuts nous donnent des *latitudes* de chacun des points d'intersection de ces courbes azimutales, avec chaque *méridien*, en valeurs rondes, de 10° en 10°.

En possession de ces coordonnées géographiques, pour chacun des points de ces courbes, il n'y a plus qu'à les transporter sur le réseau de la carte.

Comme appendice à ce travail et aussi comme points de contrôle des valeurs calculées, il serait très intéressant de calculer les coordonnées des points d'inflexion de ces courbes, dans les différents azimuts, et la valeur de l'inclinaison de la tangente (tangente au développement de l'azimut considéré) sur le méridien en ces points d'inflexion. Nous ne faisons que toucher cette question qui aurait sa place dans une étude plus complète des courbes isodiastématiques, mais que nous jugeons moins nécessaire dans leur tracé pratique, que nous envisageons seulement dans cet article.

P.-M. DESCOTES.

Dans l'impression de ce travail, nous avons respecté la notation de l'auteur qui écrit sin., cos., tang., etc... (N. D. L. R.)

A l'occasion du mémoire que l'on vient de lire, nous croyons intéressant de rappeler quelques cartes déjà publiées du même type et se rapportant à la même question :

G. GRABLOWITZ, Weltkarte der Entfernungen und der Azimute für Hamburg (Sonderdruck aus der Monatsschrift « Die Série A, Travaux, 8 *Erdbebenwarte* », VI. Jahrgang, 1906-1907); carte au 1/140 000 000;

E. TAMS, Weltkarte, Linien gleicher Entfernungen und Azimute für Hamburg, in « Die seismischen Registrierungen in Hamburg vom 1. Januar 1910 bis zum 31. Dezember 1911 » (Hamburg, 1912). — Cette carte est en projection de Mercator, au 1/80 000 000; Tams en a également tracé une pour les faibles distances dans le système de projection de Lambert, dit « projections azimutales à aires conservées » : Uebersichtskarte von Europa, Linien gleicher Entfernungen and Azimute für Hamburg, mit Benutzung einer Karte von Europa in Lamberts flächentreuer Azimutalprojektion (Maassstab : 1/15 000 000)... entworfen von Dr. E. Tams.

Mentionnons encore :

C. ZEISSIG, Koordinaten-Tafeln fur die seismische Station Darmstadt Jugenheim, nebst Karte. Notizblatt des Vereins für Erdkunde. Darmstadt, 1909; et du même auteur : Zwei graphische Methoden der Herdbestimmung von Erdbeben (Gerlands Beiträge zur Geophysik, XI, 1911, p. 520). Leipzig, 1911.

Et pour Strasbourg :

Morphologisch-seismische Weltkarte entworfen und gezeichnet von A. Sieberg (Beilage zu : Sieberg, der Erdball);

Erdkarte in mittabstandstreuer Azimutalprojektion, berechnet und entworfen von Prof. Dr. Emil Rudolph und Dr. Sigmund Szirtes, Maassstab : 1/38000000 (Justus Perthes, Gotha, 1914).

L'originalité du travail que nous publions ici est que la méthode imaginée et exposée par l'auteur simplifie grandement l'élaboration de ces cartes, qui exigeait jusqu'à présent beaucoup de temps à cause des nombreux calculs nécessaires. On pourrait également envisager des constructions géométriques.

Pour des raisons typographiques, il ne nous a pas été possible de joindre à cet exposé la carte communiquée par l'auteur.

Е. Котне́.

SUR LE SÉISMOGRAPHE ANDERSON-WOOD DE COURTE PÉRIODE

ET SA COMPARAISON AVEC L'APPAREIL MINTROP

PAR M^{11e} J. Roess

Préparateur au Laboratoire de Géophysique de l'École Pratique des Hautes-Études (Institut de Physique du Globe de Strasbourg)

Le but de ce travail a été de construire un séismographe à torsion d'après la description publiée par J. A. Anderson et H. O. Wood et de le comparer à des modèles existants destinés aux applications pratiques et à la prospection.

1. Description sommaire de l'instrument¹.

Le séismographe Anderson-Wood est fondé sur la torsion.



quement sur sa partie médiane un petit cylindre C d'environ 3 cm. de long, auquel est fixé un petit miroir plan m. Ce cylindre est percé de deux trous, à la partie inférieure et à la partie supérieure, sur des génératrices diamétralement opposées. Le fil traverse d'abord horizontalement le cylindre, suit une génératrice et traverse à nouveau le cylindre (fig. 1). Par suite du frottement et de la forte tension du fil, le cylindre reste suspendu sans qu'il soit besoin de le souder. Le fil de tungstène passe à travers deux amortisseurs à huile, l'un au-

Un fil de tungstène est fortement tendu entre deux pinces de suspension. Il porte excentri-

Fig. 1. — Détail de la suspension du cylindre.

1. La description détaillée se trouve dans le mémoire original : Des-

dessus, l'autre au-dessous de la masse inerte. Une vis sans fin permet de faire plonger plus ou moins le cylindre dans l'entrefer d'un aimant permanent et ainsi de modifier l'amortissement.

L'appareil a été construit à Strasbourg par M. Maetz¹, sous la direction du colonel Holtzapffel, d'après les plans fournis par les auteurs²; la suspension seule avait été envoyée d'Amérique. Il n'est donc pas certain qu'il soit absolument identique à l'instrument original. C'est des qualités et des défauts de cet appareil particulier que je discuterai ici. Il est possible qu'une partie des divergences signalées dans les résultats provienne de légers changements dans la construction.

On remarquera que le cylindre est non en cuivre, mais en argent, de structure homogène.

Dans la théorie, on signale l'existence d'un mouvement parasite auquel on donne le nom de « mouvement en corde de violon ». D'après les auteurs, cette vibration est supprimée ou tout au moins rendue négligeable par l'emploi d'amortisseurs à huile de ricin. Elle m'a beaucoup gênée par son intensité, à tel point que j'ai pu être tentée de la confondre avec le mouvement propre du système oscillant, et ce n'est que l'emploi d'huiles spéciales *très visqueuses* qui m'a permis de l'atténuer sans toutefois parvenir à la faire disparaître complètement.

L'aimant amortisseur ne permettant pas d'atteindre l'amortissement critique, j'ai porté le champ de 1800 gauss à 2600 gauss par une réaimantation intense.

cription and Theory of the Torsion seismometer, by J. A. Anderson and H. O. Wood (Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 15, N. 1, March 1925, p. 1-72); elle est résumée dans : E. Rothé, Description et théorie du séismomètre à torsion (Publications du Bureau central séismologique international, série A, Travaux scientifiques, fascicule 4, p. 79-97, Paris, 1927), et dans : E. Rothé, Les méthodes de prospection du sous-sol, p. 183-186, Paris, Gauthier-Villars, 1930.

1. La maison Maetz, rue du Dôme, Strasbourg, avait particulièrement soigné cette construction.

2. Le Bureau central leur exprime ici tous ses remerciements pour cet aimable envoi.

Montage. — Des essais préliminaires, destinés à montrer les conditions de fonctionnement et les difficultés de montage, ont été faits avec un fil de cuivre de 1 mm. de diamètre. Malgré sa faible sensibilité, le séismoscope ainsi réalisé permettait, même avec un léger amortissement, de noter le passage des tramways, des autos, les points sensibles du bâtiment.

L'appareil a été ensuite muni de fils de tungstène aimablement offerts par la Société des lampes Gramme¹. Outre des échantillons de fils de tungstène de différents diamètres, elle avait mis à ma disposition des fils de molybdène. Malheureusement le diamètre de ces fils, trop élevé (50 et 60 μ), m'a empêchée de les utiliser dans ce travail.

Au lieu d'employer les fils de tungstène tels quels, il vaut mieux leur faire subir d'abord une préparation : pour supprimer la cause d'erreurs provenant du fait que les propriétés d'un fil changent lorsqu'il est mis sous tension, j'ai soumis les fils pendant quatre à cinq jours à une tension égale à celle que produit la masse M.

Des réglages préalables m'ont permis d'assurer la verticalité du plan de suspension et de rectifier les divers mouvements.

2. Systèmes optiques.

On peut n'utiliser que la réflexion simple ou modifier le dispositif par double réflexion. Dans le premier cas, une lampe de 18 volts éclaire une fente placée à 1 m. du miroir. Le faisceau lumineux qui la traverse tombe sur la face plane d'une lentille cylindrique de grande distance focale placée de manière que le faisceau qui en sort soit formé de lumière parallèle. Puis il passe par une lentille convergente montée sur le bâti de l'appareil et tombe sur le miroir. Le faisceau réfléchi traverse au retour la même lentille, tombe ensuite sur une nouvelle lentille cylindrique de très petite distance

1. Rue d'Hautpoul, Paris.

focale qui concentre tout le faisceau en un point sur le papier sensible.

Dans le cas de la double réflexion, la lumière fournie par ce procédé n'était plus suffisante. C'est pourquoi je me suis servie d'un dispositif préconisé par M. Rothé : une source de lumière intense est placée derrière une lentille à une distance inférieure à la distance focale de celle-ci, de manière qu'à la sortie le faisceau soit divergent. On le fait tomber sur le miroir mobile du système. Un écran muni d'une fente est ensuite interposé pour limiter le faisceau incident; de cette manière le maximum de lumière est concentré sur le miroir. Cette lumière reste sensiblement la même si on rend le faisceau plus ou moins convergent suivant les besoins de la mise au point. J'ai fait établir à l'atelier de l'Institut ce dispositif sous une forme simple et commode : les deux lentilles et un disque muni d'une fente sont mobiles dans des glissières à l'intérieur d'un tube de laiton. Le montage a fourni de bons résultats : il devient alors inutile de recourir à une source très intense et on peut se contenter des lampes de 12 à 18 volts pour les inscriptions définitives.

Montage de la double réflexion. — Un miroir sphérique est fixé dans le bâti de l'appareil à la même hauteur que le miroir mobile et très près de celui-ci. Le faisceau lumineux incident tombe d'abord sur le miroir fixe, revient sur le miroir mobile et doit être réfléchi à peu près suivant la direction incidente primitive (fig. 2). De cette manière, si M tourne d'un angle α par rapport au rayon incident SI, l'image réfléchie trois fois tournera de 4 α . Pour que IS', faisceau réfléchi, soit (théoriquement) confondu avec SI, faisceau incident, il faut — ce que l'on peut voir par des triangles semblables que les miroirs M₁ et M₂ fassent un angle de 15°, ou encore que le miroir M soit incliné de 15° sur la direction des lignes de force de l'aimant amortisseur. On peut vérifier ceci aisément avec des dispositifs habituels de projection.

Cette double réflexion présente l'inconvénient suivant : si

on pousse le développement, comme il est nécessaire de le faire pour les vibrations rapides (chute de poids, passage de tramways), on peut voir apparaître à côté du spot principal bien au point des spots parasites au nombre de quatre, plus ou moins intenses, et qui voilent un peu l'inscription. Ils sont dus au fait que les miroirs sont tous les deux argentés sur la face postérieure, de sorte qu'ils jouent à plusieurs reprises le rôle de lames à faces parallèles. Cependant, l'argenture



Fig. 2. -Grandissement double.

sur la face antérieure est trop peu stable pour qu'on puisse songer à l'employer pour un appareil devant servir sur le terrain.

Dans les deux cas, pour la réflexion simple et pour la double réflexion, je me suis servie de l'enregistreur de l'appareil Mintrop¹.

1. Pour les premiers essais j'ai utilisé un dispositif plus rudimentaire. Un cadre muni de papier sensible se déplace dans une boîte plate placée verticalement et pourvue d'une fente horizontale étroite, sous l'action d'un poids tenseur qui lui fait à peu près équilibre; le cadre

- 120 -

Pour l'inscription de l'heure j'ai utilisé le régulateur Hatot permettant de noter la demi-seconde¹.

3. Étude de la variation de T_{o} avec i.

A) Fil de 30 μ . — J'ai recherché comment varie T_o lorsque l'inclinaison de la suspension est modifiée par l'abaissement



Fig. 3. - Appareil Anderson-Wood.

ou l'élévation du plan de base produits par la vis de niveau 3 (fig. 3). Après avoir réglé horizontalement le plan de base de l'appareil, j'ai commencé par l'incliner fortement autour de

se déplace devant la fente d'un mouvement plus ou moins lent dépendant de la différence entre les masses du cadre et du poids tenseur.

1. Pour la description de cet appareil, consulter : Les méthodes de prospection du sous-sol, par E. Rothé, p. 186-189, Paris, Gauthier-Villars, 1930.

l'axe passant par les deux vis 3 et 2 vers 1 en agissant toujours sur la vis 1. Un niveau sensible était placé sur la ligne 1-2 et permettait, grâce aux précautions d'usage, de repérer l'inclinaison par la position de la bulle ; à chaque position je mesurais la période correspondante. En partant d'une grande inclinaison, je revenais en arrière en tournant la vis 1 de quelques tours en sens inverse et notais la division atteinte, ainsi que la période correspondante. Cette opération a été répétée aussi longtemps qu'il a été possible de mesurer les déplacements du ménisque sur le niveau. Il est évident que la base repassait par la position horizontale, puis s'inclinait en sens inverse. Le niveau avait été soigneusement étalonné à l'aide d'un comparateur de niveaux.

En moyenne, une inclinaison de 5'40" correspondait à un déplacement de la bulle de 1 division du niveau.

Le tableau ci-dessous fournit les valeurs de T_o pour des différences d'inclinaison Δi connues, à partir d'une inclinai-'son initiale pour laquelle T_o = 0^s,59.

B) Fil de 20 μ . — Les mêmes expériences ont été répétées pour ce nouveau fil. Il est facile de voir que la période du pendule ainsi monté est bien plus longue : en effet, la période est donnée par la formule suivante pour i = o :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{K}} \text{ où } K' = \mu \, \frac{\pi \, r^4}{2} \cdot \frac{1}{1}$$

Pour un autre fil de rayon r', toutes choses égales, la nouvelle période T'o sera

$$T'_{o} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{K''}}$$
$$\frac{T_{o^{2}}}{T'_{o^{2}}} = \frac{K''}{K'} = \frac{\mu \cdot \frac{\pi r'^{4}}{2} \cdot \frac{1}{1}}{\mu \cdot \frac{\pi r^{4}}{2} \cdot \frac{1}{1}} = \frac{r'^{4}}{r^{4}}$$

donc

$$\frac{T_{o}}{T_{o}} = \frac{r^{2}}{r^{2}} = \frac{d^{2}}{d^{2}}$$

Comme d = 30 μ et d' = 20 μ , théoriquement T'_o = $\frac{9}{4}$ T_o. On obtient les résultats suivants, T_o étant égal à 1^s,7 pour l'inclinaison initiale.

Les chiffres obtenus dans les deux cas confirment les formules donnant T_{0}



Fig. 4. — Variation de la période de l'appareil avec l'inclinaison : en trait plein, fil de 20 μ ; courbe interrompue, fil de 30 μ .

d'après les quelles T_0 décroît d'une manière continue lorsque i varie dans le sens indiqué, l'intervalle de variation comprenant la région où i est nul, c'est-à-dire l'équilibre. Le graphique donne les résultats des observations (fig. 4)¹. Dans la suite, j'ai toujours réglé l'appareil de manière à obtenir les périodes suivantes : approximativement $T = 0^8,6$ pour le fil de 30 μ , $T = 1^8,7$ pour le fil de 20 μ . Selon les fils utilisés dans la suite, j'ai pu obtenir des périodes un peu différentes de celles inscrites ci-dessus.

4. Détermination des constantes de l'appareil et courbes de grandissement.

La période et l'amortissement ont été déterminés par les méthodes courantes bien connues.

Grandissement. — Lorsque le séismomètre est soumis à une accélération angulaire constante, lorsqu'il est, par exemple, incliné suivant un certain angle ψ perpendiculairement au plan d'équilibre du système suspendu, on obtient, après un temps suffisant, une déviation constante θ

La solution générale de l'équation :

$$\theta = e^{-\varepsilon t \sqrt{4 - \mu}} \left[Ae^{\varepsilon t \sqrt{-\mu}} + Be^{-\varepsilon t \sqrt{-\mu}} \right] + K \frac{T_o^2}{4\pi^2} + \frac{A}{M} \sin(pt - \delta)$$

devient

$$\theta = K \frac{T_o^2}{4 \pi^2}$$

K étant l'accélération angulaire constante.

En agissant sur la vis 3 et en la faisant tourner d'un petit angle ω , on incline le système oscillant d'un angle ψ par rotation autour d'un axe horizontal situé dans le plan primitif de suspension.

 $lK = accélération linéaire = g \psi = accélération de la pe$ santeur

$$K = g \frac{\psi}{1}$$

1. Il est curieux de noter que l'appareil monté avec le fil de 20 μ est bien plus sensible à l'inclinaison (courbe en trait plein) que monté avec

$$- 124 - \frac{1}{2}$$

$$\theta m = g \frac{\psi}{l} \quad \frac{T_o^2}{4\pi^2} = \frac{A_m}{L}$$

$$V = \frac{L}{l} = \frac{A_m}{g\psi} \cdot \frac{4\pi^2}{T_o^2}$$

Am peut être mesuré en centimètres sur le séismogramme.

 ψ peut être déterminé par la méthode suivante : soit Ω l'angle total dont il faut faire tourner la vis à niveau pour faire avancer celle-ci de 1 cm. Soit ω la valeur du petit angle de rotation de la vis qui produit un effet comparable à l'accélération constante entrant dans la formule. Soit C la distance entre les vis de niveau 2 et 3,

$$\frac{\omega}{\Omega} = c$$
 et $\frac{c}{C} = \sin \psi = tg\psi = \psi$

les angles étant très petits.

La vis 3 est constituée de la manière suivante : la vis de niveau ordinaire est munie d'une roue dentée portant 100 dents sur son pourtour. Une vis micrométrique, sur le bord de laquelle sont pratiquées dix encoches équidistantes, s'engrène dans cette roue dentée de manière à la faire avancer d'une dent lorsqu'elle effectue un tour complet. Or le pas de la vis de niveau est de 1 mm., donc $\Omega = 10 \times 2 \pi$. Si n est le nombre d'encoches dont on a fait avancer la vis micrométrique, l'angle correspondant ω sera

$$\omega = \frac{n \times 2\pi}{1000} \text{ et } c = \frac{\omega}{\Omega} = \frac{n \times 2\pi}{1000 \times 10 \times 2\pi} = n \times 10^{-4}$$

C = 22 cm.

d'où :

$$\psi = \frac{n \times 10^{-4}}{22}$$

 \mathbf{et}

$$V = \frac{L}{l} = \frac{A_{m} \times 22 \times 10^{-4} \times 4 \pi^{2}}{980 \times n \times T_{o}^{2}} = 8862 \times \frac{A_{m}}{n T_{o}^{2}}$$

le fil de 30 μ . De plus, le graphique montre que l'on peut arriver par un réglage convenable à atteindre la même période pour les deux fils.

Trois séries de courbes de grandissement ont été calculées : 1º Fil de 30 µ, réflexion simple : l'aimant n'étant pas alors suffisamment aimanté pour obtenir l'amortissement critique, les courbes relatives aux grands amortissements manquent.

2° Fil de 30 μ , double réflexion : série incomplète pour la même raison.

3º Fil de 20 μ , réflexion double, l'amortissement croissant de 0 jusqu'à une valeur supérieure à l'amortissement critique (fig. 5).



Fig. 5. - Courbes de grandissement, fil de 20 µ.

Les résultats figurent dans les tableaux ci-dessous.

COURBES DE GRANDISSEMENT

1) Fil de 30 μ, réflexion simple :

a) $T_0 = 0.75$ sec $\mu = 0,997$ $V_0 = 860$ 0.01 0.02 0.04 0.05 0.08 0.1 0.2 0.4 0.5 0.75 $\mathbf{T}_{\mathbf{n}}$ 1 $\mathbf{2}$ - 3 4 5 10 860,2 860,5 862 864 869 874,7 926 1201 1719 7840 1105 140 57 31 20 4,8 v b) $T_0 = 0.64 \text{ sec}$ $\mu = 0.991$ $V_0 = 892$ 0,01 0,02 0,04 0,05 0,08 0,1 0,2 0,4 T_{p} 0,5 0,6 0,64 0,70,8 1 5 10 2 V 892,1 892,7 895 897 906 913 985 1437 2152 4157 4460 3213 1458 536 102 24 15 1 c) $T_0 = 0.65 \text{ sec}$ $\mu = 0.893$ $V_0 = 996$ T_p 0,01 0,05 0,08 0,1 0,2 0,4 0,45 0,5 0,6 0,65 0,7 1 2 5 10 996 1001 1008 1015 1074 1344 1443 1503 *1602* 1522 1388 595 112 27 17 5,3 v 2) Fil de 30 μ , double réflexion : a) $T_0 = 0.59 \text{ sec}$ $\mu = 0.995$ $V_0 = 1222$ 0,01 0,05 0,08 0,1 0,2 0,4 0,5 0,55 0,59 0,6 0,7 $T_{\rm D}$ 2 5 10 1 v 1227 1230 1244 1258 1378 2223 3973 7313 8641 8338 882 648 119 17,2 4,3 $\mu = 0.963$ b) $T_0 = 0.59$ sec $V_0 = 2100$ 0,01 0,05 0,08 0,1 0,2 0,4 0,5 0,55 0,59 0,6 Tn 0,7 5 10 1 $\mathbf{2}$ v 2101 2114 2136 2157 2347 3498 4880 5553 5482 5411 3438 1061 203 30 7,3 c) $T_0 = 0.59 \text{ sec}$ $\mu = 0,928$ $V_0 = 2164$ \mathbf{T}_{p} 0,01 0,05 0,08 0,1 0,20,4 0,5 0,55 0,59 0,6 0,7 1 1,5 2 3,5 5 10 v 2164 2177 2198 2218 2394 3318 4045 4235 4128 3960 2866 1041 359 208 62 25 7,5 d) $T_0 = 0.61$ sec $\mu = 0.865$ $V_0 = 2151$ 0,01 0,05 0,08 T_{n} 0,10,20,4 0,5 0,55 0,60 0,61 0,7 1 1.5 2 3,5 5 10 V 2151 2162 2178 2193 2327 2887 3143 3160 2955 2928 2413 1038 411 214 67 32 8

126

COURBES DE GRANDISSEMENT (suite)

e) $T_0 = 0.61 \text{ sec}$ $\mu = 0.845$ $V_0 = 2627$

3) Fil de 20 µ, double réflexion (aimant réaimanté) (graphique fig. 5) :

 $\mu = 0.962$ $V_o = 2280$ a) $T_0 = 1.87 \text{ sec}$ T_{p} 0.01 0.05 0,1 0,2 0,5 0,6 0,7 1 1,5 1,6 1,8 1,87 2 3 3.55 10 $2280 \ \ 2282 \ \ 2287 \ \ 2308 \ \ 2441 \ \ 2530 \ \ 2616 \ \ 3068 \ \ 4824 \ \ 5351 \ \ 6633 \ \ 5806 \ \ 5260 \ \ 1348 \ \ 876 \ \ 365 \ \ 82$ v b) $T_0 = 1,87$ sec $\mu = 0,763$ $V_0 = 2028$ 0,01 0,05 0,1 0,2 0,50,6 0,7 1,2 1,4 1,5 1,8 1,87 5 10 5 T_p 1 2 3,5 1 2028 2028 2030 2040 2103 2139 2172 2296 2364 *2381* 2364 2151 2085 1933 655 \mathbf{v} 302 71 c) $T_0 = 1.87 \text{ sec}$ $\mu = 0.685$ $V_0 = 2264$ Cette courbe, sensiblement pareille à (b), ne figure pas sur le graphique. 0,7 \mathbf{T}_{p} 0.01 0.05 0,20,50,61 1,5 1,8 1,87 2 5 10 0,1 $2264 \quad 2265 \quad 2266 \quad 2274 \quad 2321 \quad 2346 \quad 2366 \quad 2428 \quad 2340 \quad 2085 \quad 2022 \quad 1875 \quad 330 \quad 80$ \mathbf{V} d) $T_0 = 1.87$ $\mu = 0,186$ $V_0 = 1901$ T_p 0.01 0.05 0,1 0,20,50,6 0,7 1 1,5 1,8 1,87 2 5 10 1901 1900 1898 1888 1817 1775 1739 1584 1276 1090 1054 982 243 65 v e) Amortissement critique : $T_0 = 1.9$ sec $\mu = 0$ $V_0 = 2130$ 0,05 0,20,50,6 0,7 1,5 1,9 $T_{\rm D}$ 0.01 0,1 1 2 5 10 2130 2129 2124 2107 1994 1938 1877 1670 1316 1068 1000 271 74 V

5. Mouvements en corde de violon.

Je désire, dans ce paragraphe, appeler l'attention sur les conditions de formation des mouvements en corde de violon dont j'ai indiqué l'existence à la page 116. Dans leur mémoire, les auteurs parlent d'un dispositif destiné à donner des impulsions au système oscillant (thrust-wire). Afin d'obtenir le même résultat, j'ai suspendu un fil à plomb à une poutre placée au-dessus de l'appareil et le dépassant un peu. En tirant sur le fil et en laissant retomber le poids, on l'amène à toucher le bâti auguel on communique ainsi une certaine accélération et on fait entrer le fil de torsion en vibration comme une corde de violon. Il ne faut pas confondre ces vibrations avec le mouvement propre du système. Dès le début de mes recherches, j'avais pris la précaution de mettre en fonctionnement les amortisseurs à huile. Après avoir obtenu une longue série d'inscriptions où je faisais croître l'amortissement magnétique d'une manière continue, j'ai pu voir que cette augmentation n'avait aucune influence sur les vibrations. En augmentant l'intensité des chocs communiqués à l'appareil, je me suis aperçue qu'ils donnaient naissance à des oscillations de périodes beaucoup plus longues auxquelles se superposent ces oscillations rapides. Je me suis efforcée de séparer ces deux mouvements : quand on communique au bâti de l'instrument une légère pression de manière à lui imprimer un mouvement de translation, par exemple en appuyant légèrement le doigt. le mouvement propre se produit seul. Il naît également quand on crée un faible courant d'air à l'aide d'une plume d'oiseau.

Lorsque je me suis servie de la double réflexion, le grandissement a été doublé. Des défauts se sont montrés dans les inscriptions, qu'on n'avait pas pu déceler auparavant. Ainsi, lorsqu'on donnait une impulsion à l'appareil, le spot lumineux subissait d'abord un faible déplacement dans un sens, et ce n'est qu'ensuite qu'il inscrivait la grande élongation. Ce défaut ne pouvait pas être attribué à une dissymétrie dans la construction, puisqu'il subsistait si on donnait l'impulsion à différents points du bâti. Par contre, il ne se produisait pas lorsqu'on créait un faible courant d'air en arrière de la cage. Ce mouvement semble donc appartenir encore à ces mêmes vibrations parasites en corde de violon. Ainsi, contrairement à ce que je pensais d'après la lecture du mémoire, ces mouvements existaient encore en grande partie malgré la présence des gouttes d'huile de ricin.

6. Inscription de chutes de poids.

Il était intéressant d'examiner de suite l'effet des chutes de poids. L'appareil a été installé dans une cabane et placé sur une dalle au niveau du sol. Pour faire tomber le poids, nous avons monté un dispositif spécial facile à concevoir, constitué par un câble passant sur une forte poulie installée au sommet d'un trépied. Un poids de 50 kg. était hissé à 3 m. de haut et retombait ensuite en chute libre.

Deux séries d'essais ont été effectuées.

1º Point de chute à environ 45 mètres de l'appareil. — Sur chaque inscription on distingue deux impulsions différentes, l'une faible ne se manifestant que par une très légère augmentation de l'amplitude, sans changement de période, l'autre plus forte produisant des amplitudes atteignant 20 mm., elle aussi sans changement de période.

2º Point de chute à environ 85 mètres de l'appareil. — Là encore, on distingue les deux impulsions séparées d'environ 0^{84} à 0^{85} . Je fus surprise de constater que pendant toute la durée de l'inscription la période du mouvement du sol inscrit était restée la même, alors que je n'avais pas encore observé cette constance ; il suffisait pour s'en convaincre de comparer ces résultats avec ceux de l'appareil Mintrop. Le début du phénomène ne pouvait être déterminé avec précision, parce que noyé dans le mouvement corde de violon qui subsistait. Il semble que l'appareil dans les conditions de l'expérience pouvait indiquer l'arrivée des phases, mais non le détail de ces phases. Une partie du bâti était excitée par le pas-

SÉRIE A, TRAVAUX.

)

sage de ces ondes à courte période ; l'inscription ne reproduisait pas seulement l'onde excitatrice, mais aussi ce mouvement propre du bâti.

Il n'est pourtant pas impossible de tirer des conclusions, grâce à des hypothèses sur la nature de ces deux ondes.

La première serait l'onde directe superficielle dont le temps de propagation serait très petit pour la distance de 85 m., la deuxième une onde réfléchie. Le sous-sol du jardin de l'Université est constitué par une couche de gravier de 300 m. d'épaisseur. D'après H. Martin¹, les vitesses de propagation seraient très variables dans le sable diluvial; les divers auteurs indiquent : 1430, 1000, 1752, 930, 1600 m /sec. Les données relatives au gravier sont encore moins cer-Admettons comme vitesse movenne taines. environ 1200 m/sec. Le trajet du rayon séismique peut être confondu avec 2 e = 600 m. Le temps de propagation de cette onde serait de 0^s5 environ, ce qui correspondrait bien à l'observation.

On pourrait aussi penser que le deuxième impetus est dû à la propagation du son. Pour s'en assurer, il conviendrait d'installer à côté du séismomètre un appareil inscripteur du son, par exemple une membrane vibrante à inscription photographique².

7. Expériences sur plaque d'essai.

On sait qu'il existe à la station centrale de Strasbourg une plate-forme³ destinée aux essais et réglages des séismographes. J'y ai installé mon appareil de manière à le sou-

1. Handbuch der Experimentalphysik, G. Angenheister. 3. Teil, p. 287, Leipzig, 1930.

2. Loc. cit., p. 228.

3. Eine neue seismische Untersuchungsplatte. Teil I, D^r C. Mainka, Strassburg. Zentralbureau der Internat. Seismolog. Assoziation, Serie A, Abhandlungen 1907-1909. — Essais de séismographes à la plateforme, par E. Rothé et J. Lacoste. Publications du Bureau central séismologique international, série A, Travaux scientifiques, Toulouse, 1924. mettre au maximum d'action, disposant le plan vertical qui passe par le fil de suspension perpendiculairement à la direction des forces de translation auxquelles la plate-forme est soumise. J'ai inscrit à la fois le mouvement de la plate-forme grandi 120 fois et la réponse de l'appareil.

Voici quelques valeurs du grandissement :

Plate-forme Tp	Double amplitude de la plate-forme	Amplitude Anderson-Wood	Grandıssement Anderson-Wood	
1,2	10µ.8	12 mm	1111	
1,4	9µ.	13,5 mm	1480	

C'est bien l'ordre de grandeur des chiffres qu'on trouve théoriquement, mais on remarquera que dans ces essais la plate-forme a été mise en mouvement par des chocs successifs et non par une vibration sinusoïdale comme lors des expériences suivantes.

Entraînement sinusoïdal de la plate-forme. — Le moteur synchrone qui fait généralement osciller la plate-forme ne peut être réglé que pour des mouvements sinusoïdaux dont les périodes varient entre 8 et 40 s. Ces chiffres correspondant à la portion des courbes de grandissement pour laquelle V est presque nul, je l'ai remplacé par l'appareil dit « de synthèse¹ », qui permet de diminuer la période jusqu'à une seconde. (On l'appelle appareil de synthèse parce qu'un système de cames rend possible la composition de trois mouvements sinusoïdaux.) J'ai installé ce dispositif de telle sorte que le levier transmetteur du mouvement communique à la plate-forme un mouvement très sensiblement sinusoïdal.

Je rappelle brièvement le schéma de l'installation : un premier circuit alimentait une lampe de 18 volts, un deuxième actionnait en dérivation : 1° le régulateur Hatot et le mouvement d'inscription de l'heure de l'enregistreur Mintrop;

1. Appareil de synthèse de mouvements périodiques, par E. Rothé et A. Remy. Publications du Bureau central séismologique international, série A. Travaux scientifiques, fascicule 4, p. 98-118, Paris, 1927. 2° l'électro-aimant soulevant la plume qui inscrivait le mouvement de la plate-forme. Une petite lampe de 4 volts servant à l'inscription de l'heure était alimentée par un accumulateur.

Sur toutes les inscriptions on constate le même résultat (fig. 6) : les deux inscriptions, celle du mouvement de la plate-forme et celle du mouvement de l'appareil en expé-

a wannamman

») WWWWWW c) ^^ / / / / /

Fig. 6. — Essais à la plate-forme :
a) appareil de synthèse;
b) plate-forme;
c) Anderson-Wood.

rience — que je désignerai dans la suite par le symbole A.-W. — ne sont pas semblables. L'appareil de synthèse communique un mouvement périodique régulier à la plate-forme, comme on peut le voir d'après les deux premières courbes; la troisième, mouvement de l'appareil, a l'aspect d'une sinusoïde dont la période est conservée, mais à laquelle s'est superposée une harmonique.

Ces expériences à la plate-forme, tout comme les inscriptions de chutes de poids, montraient que les mouvements en corde de violon subsistaient. De plus, l'appareil ne reproduisait pas fidèlement les impulsions continues excitatrices. La suite du travail devait consister à tâcher de faire disparaître totalement les vibrations parasites (cordes de violon).

8. Essais de différentes huiles.

J'ai supposé que le fait que ces mouvements n'étaient pas supprimés était dû ou à ce que l'huile de ricin commerciale utilisée n'avait pas le même coefficient de viscosité que celle employée par les auteurs, ou bien à ce que les amortisseurs à huile n'étaient pas bien placés.

Déjà j'avais essayé d'employer la glycérine et l'huile de vaseline. Non seulement la glycérine ne donne pas de meilleurs résultats que l'huile de ricin, mais elle a de plus l'inconvénient d'une grande hygroscopicité; sa fluidité et sa constitution changent avec l'état de l'air. L'huile de vaseline a encore moins amorti les mouvements en corde de violon.

Grâce à la présence à Strasbourg de l'École nationale du Pétrole et des Combustibles liquides, j'ai pu avoir à ma disposition quatre huiles synthétiques différentes, de viscosité croissante, la plus visqueuse — utilisée pour le graissage à chaud des moteurs — ayant un aspect de mélasse¹.

La figure 7 montre les résultats obtenus.

L'appareil avait été installé sur un pilier d'une salle de la station.

1º Huile « Bed » : les oscillations de courte période, quoique très fortes encore, sont un peu amorties. Si on compare ces inscriptions à celles que donne le pendule de 19 tonnes à la même heure, on s'aperçoit que le mouvement microséismique de la ville est à peine visible. Les inscriptions de plusieurs chutes de poids sont identiques entre elles (fig. 7 a).

2º Huile « So » : les concamérations correspondant à l'agitation microséismique sont plus visibles ; par endroits seulement, elles sont encore recouvertes par les mouvements corde de violon (fig. 7 b).

3º Huile « Viscan 101 » : on note une amélioration très nette. Les concamérations relatives à l'agitation microséis-

1. Je tiens à remercier M. H. Weiss, directeur de l'École, et M. Boisselet, chef de travaux, qui m'ont aimablement fourni les échantillons que j'ai utilisés.

- 133 -

mique sont très prononcées et peu perturbées par les oscillations rapides. J'ai comparé ces inscriptions à celles de la composante EW du pendule de 19 tonnes (désigné par les lettres G. P.) à la même heure, et j'ai compté le nombre d'oscillations en 58 secondes pour les deux appareils : 20 avril : 8 h. 35 m.-8 h. 36 m. : 129 oscillations sur EW G. P. 175 — A.-W.



Mais si on ne tient pas compte des faibles vibrations cachées sans doute sur les inscriptions du Pendule de 19 tonnes par suite du moindre développement du papier, on obtient les mêmes chiffres pour les deux appareils. A côté de ces vibrations de période de 0⁸5, on remarque une autre onde sur l'inscription EW G. P., dont la période varie entre 3 et 4⁸ et qui n'est plus visible sur les inscriptions de l'appareil A.-W. (fig. 7 c).

4º Huile « Suprol » : les résultats sont à peu près équivalents à ceux obtenus avec l'huile « Viscan 101 », seulement l'appareil est moins sensible, ce qui se voit surtout à l'aspect des inscriptions de chutes de poids. Il n'en est plus de même si la température de la salle monte. A ce moment, les résultats obtenus pour l'huile « Suprol » sont nettement supérieurs (fig. 7 d).

Pour rechercher également comment la place des amortisseurs influe sur l'aspect des inscriptions, j'ai laissé fixe l'amortisseur supérieur et j'ai rendu celui du bas mobile sur chariot. Les expériences ont été répétées avec les différentes huiles, mais avec une hauteur de l'amortisseur variant progressivement. J'ai reconnu que l'amortissement dépend bien pour une grande part de la position occupée par l'amortisseur. Ce fait pouvait d'ailleurs être prévu parce que l'huile doit nécessairement avoir un effet plus grand si elle se trouve à un ventre de vibration que si elle se trouve à un nœud. Pour toutes les huiles les meilleurs résultats ont été obtenus au moment où l'amortisseur occupait la même place que sur suspension qui m'avait été envoyée.

9. Inscription simultanée des mouvements de l'appareil A.-W. et du Mintrop¹.

J'ai utilisé l'ancien modèle Mintrop (désigné ci-dessous par M.) que possède le Bureau central et auquel ont été apportées quelques modifications de détail.

Les deux appareils ont été placés côte à côte sur un même pilier de manière à vibrer tous les deux dans la direction EW. Pour l'inscription, je me suis servie de l'enregistreur de l'appareil Mintrop placé verticalement. Les sens de déviation des

1. Voir : Ueber die Ausbreitung der von den Massendrucken einer Grossgasmaschine erzeugten Bodenschwingungen. Inauguraldissertation L. Mintrop, Göttingen, 1911. deux appareils étaient de signes contraires, c'est-à-dire que les spots partaient en sens inverse pour une même impulsion. Un prisme à réflexion totale a été interposé sur le trajet du rayon lumineux Mintrop pour l'amener à l'horizontalité.

a) J'ai déterminé les constantes des deux appareils :

AW.	М.
$T_0 = 0^s, 72 \text{ (fil de } 30\mu)$	$T_0 = 0^{s}, 6$
$\mu = 0,726$	$\mu = 0,992$
V = 1025	V = 940

Fig. 8. — Inscriptions simultanées du mouvement de l'Anderson-Wood et de celui du Mintrop :

- a) A.-W. : huile de ricin, M : huile de vaseline;
- A.-W. : huile « Suprol », M : huile « So »; b) amortisseur en bas;
- c) amortisseur au milieu.

Une première étude a été faite où j'ai utilisé l'huile de ricin pour l'appareil A.-W., l'huile de vaseline pour le Mintrop. L'inscription (fig. 8 a) montre qu'il n'y a aucune ressemblance entre les courbes obtenues. On remarque une onde de période assez longue sur le graphique relatif à l'appareil A.-W. qui n'est pas visible sur celui de l'appareil M. J'ai compté le nombre des oscillations de courte période sur les deux inscriptions pour un intervalle donné. Là où on trouve 59 et 86 vibrations pour le M., on ne peut en distinguer que 45 et 69 pour l'A.-W. Les périodes des vibrations inscrites par les deux appareils diffèrent donc notablement.

b) J'ai remplacé ensuite l'huile de ricin par l'huile « Suprol ». Deux séries d'inscriptions ont été faites qui montrent nettement non seulement l'influence de l'huile utilisée, mais aussi celle de la place de l'amortisseur. La première (fig. 8 b) a été faite l'amortisseur à huile étant en bas à bout de course. On y remarque déjà une certaine symétrie. Les ondes correspondant à l'agitation microséismique inscrites par l'appareil M. se retrouvent, faibles encore, sur l'inscription Λ .-W.

J'ai encore compté le nombre des oscillations de courte période sur les deux inscriptions pour un intervalle quelconque.

Exemple :

4W.	М.
70	69
46	46

Les périodes des ondes inscrites par les deux appareils sont donc les mêmes.

La deuxième inscription a été faite l'amortisseur à huile étant à la position fixe. Il y a symétrie parfaite entre les deux inscriptions. Les chocs donnés aux piliers se traduisent sur les deux inscriptions par des ondes de même période et partant en sens inverse (fig. 8 c).

c) Puis j'ai fait inscrire, simultanément par les deux appareils, les chutes d'un poids de 50 kg., tombant de 2 mètres de haut. La première fois, la distance des points de chute aux appareils était d'environ 40 mètres, la deuxième fois d'environ 80 mètres. Les inscriptions sont comparables ; les élongations sont un peu plus grandes pour l'A.-W. que pour le M., son grandissement étant supérieur.

d) Pour aucune de ces inscriptions, les appareils n'étaient à l'amortissement critique. Afin de l'atteindre, il a fallu remplacer l'huile de vaseline du M. par une huile bien plus visqueuse. L'huile « So » a été trouvée convenable. J'ai déterminé les constantes des deux appareils à l'amortissement critique :



c) impulsions données au pilier.

La figure 9 montre à quel point les chutes de poids à des distances différentes et les impulsions données au pilier s'inscrivent identiquement sur les deux appareils.

J'ai donc établi que l'appareil genre Anderson-Wood, construit à Strasbourg, reproduit fidèlement les mouvements
auxquels il est soumis. Tel qu'il est actuellement il ne me permet pas d'atteindre la sensibilité maximum que présente l'appareil Mintrop, dont j'aurais pu augmenter notablement le grandissement.

Ces conclusions s'appliquent, bien entendu, uniquement à l'appareil qui a été construit à Strasbourg, dont le principe est celui de l'instrument Anderson-Wood, s'il en diffère peutêtre par des détails de construction ou des différences dans les matériaux utilisés.

NOTE

SUR

LES DÉBUTS DE LA SÉISMOLOGIE INSTRUMENTALE

Dans le fascicule nº 8 de cette collection, à la page 8, j'ai écrit : « Les séismographes verticaux sont aussi anciens que les horizontaux. D'après Wiechert, c'est à l'Écossais Comrie qu'il faut attribuer l'invention des uns et des autres... » M. Whipple, directeur de l'Observatoire de Kew, a bien voulu me faire remarquer qu'il y a là une confusion, Comrie étant en réalité le lieu où ont été faites les premières observations à l'aide de séismographes, et non pas le nom d'un physicien. Cette confusion remonte à un mémoire de Wiechert : « Die physikalischen Institute der Universität Göttingen, Festschrift (Leipzig und Berlin, 1906) » que j'ai résumé, et où l'auteur dit, p. 155 : « Das vertikale Pendel wurde nach dem Vorgang von Comrie in Schottland (1841) schon in älteren Zeiten für die Erdbebenregistrierung dienstbar gemacht », et p. 156 : « Ein erstes Mittel, um die Periode zu erhöhen, also ein Astasierverfahren, erfand Comrie (1841)... »

Voici l'histoire de l'installation des séismographes à Comrie :

En 1840¹, sous les auspices de la British Association for the advancement of science, un comité fut constitué pour l'étude et l'inscription des tremblements de terre en Écosse et en Irlande. Ce comité, comprenant MM. Forbes, David Milne, Lord Greenock, etc., fit installer dans le village de

1. Reports of the meetings of the British Association for the Advancement of science. Glasgow, 1840, p. XXIX; Plymouth, 1841, p. 46; Manchester, 1842, p. 92. Comrie (Perthshire), où de nombreuses secousses ont été ressenties au cours du x1x^e siècle, trois séismographes, dont deux pendules renversés (dus à Forbes¹) et un pendule ordinaire, dont le constructeur n'est pas indiqué. Le fonctionnement de ces appareils fut confié à Macfarlane, maître de postes de la localité, qui a lui-même établi divers instruments pour indiquer les chocs. L'inscription se faisait soit au moyen d'un morceau de craie sur du bois peint en noir, soit par un crayon sur du papier. Ultérieurement, d'autres appareils furent installés dans plusieurs maisons du village, ainsi que dans les localités avoisinantes.

En 1841, le comité fit établir à Comrie le premier séismographe vertical comportant une masse placée à l'extrémité d'une barre horizontale, fixée elle-même au bout d'un ressort spiral plat. Le mode d'inscription et le nom de l'auteur ne sont pas indiqués.

Ch. Bois.

1. Proceedings of the Royal Society of Edinburgh (84), p. 337.

TABLE DES MATIÈRES

ÉTUDE DES BATTEMENTS ÉLECTRIQUES. PAR	Pages
M^{me} A. Hée	3
Introduction. — Précision de la mesure du temps dans les travaux actuels de séismologie	3
Chapitre I. — Battements électriques	6
1. Principe de la méthode. Réalisation d'un dispositif sensible aux mouvements et capable d'inscrire le	
temps avec précision.	6
2. Expériences antérieures	7
3. Dispositif utilisé	8
4. Inscription des battements	1 0
Chapitre II. — Étude de la stabilité du dispositif	15
1. Influence de la température	15
2. Influence du mouvement au voisinage de l'appareil.	20
3. Cas d'un couplage lâche	26
Chapitre III. — Étude préliminaire du phénomène des	
BATTEMENTS ÉLECTRIQUES	28
1. Forme des courbes de battements	28
2. Mesures électriques des circuits	-29
3. Conditions de formation des battements.	31
4. Résultats expérimentaux en couplage lâche	34
Chapitre IV. — Emploi de condensateurs a faible capacité et a petite variation pour mesures et mé-	
THODES DE COMPARAISON	42
1. Description.	42
2. Vérification.	46

Pag	es
CHAPITRE V. — DÉTERMINATION DE LA CONSTANTE DIÉLEC-	
TRIQUE DU QUARTZ ET DE QUELQUES AUTRES SOLIDES 5	0
1. Applications de la méthode des battements 5	0
2. Application directe 5	0
3. Application indirecte. Méthode de compensation 5	3
4. Méthode auditive 5	6
5. Résultats des premières mesures 5	57
6. Interprétation des résultats obtenus 5	8
7. Valeur de la constante diélectrique du quartz et	
de quelques autres diélectriques solides pour	
$\lambda = 260 \text{m}5$	9
Chapitre VI. — Utilisation de la méthode des batte-	
MENTS EN SÉISMOLOGIE 6	57
1 Séismographes ou séismoscopes fondés sur les oscil-	
lations électriques	57
2 Conditions à réaliser	9
3 Première méthode Déplacement du diélectrique	;9
4 Deuxième méthode. Déplacement d'une armature	ⁱ U
Premiers essais 7	1
5 Description d'un séismo-condensateur 7	$\frac{1}{2}$
6 Étude de différentes lames 7	13
7 Amortissement 7	6
8 Agitation microséismique	7
9 Inscription de perturbations diverses	:0
40 Inscription de chutes de noids	2
Chapitre VII. — Usage du quartz piézo-électrique	
en géophysique appliquée 8	34
1. Historique	34
2. Usage d'une lame piézo-électrique dans le dispositif	
des battements	35
3. Variation de la hauteur compensatrice x des lames	
parallèles avec la longueur d'onde 8	36
4. Interprétation possible	38
5. Calcul et représentation graphique des variations de	
capacité du condensateur plan avec quartz piézo-	
électrique et air	90
6. Conclusions relatives aux lames piézo-électriques 9)1
Bibliographie)4

γ

- 143 --

144	
COURBES ISODIASTÉMATIQUES, PAR PM. DESCOTES.	Pages 98
Méthode ordinaire	100
Nouvelle méthode	101
Avantages de la méthode	104
Exemple d'application de la méthode au cas de l'Ob-	
servatoire de La Paz	105
Courbes d'égale distance	1 06
Courbes d'égal azimut	109
Conclusion	113
Remarques relatives au mémoire Descotes, par E. Ro-	
тне́	113
COMPARAISON AVEC L'APPAREIL MINTROP, PAR M ^{11e} J. Roess	115 115 117 120
4. Détermination des constantes de l'appareil et	400
courbes de grandissement	123
5. Mouvements en corde de violon	128
6. Inscription de chutes de poids.	129
7. Experiences sur plaque d'essai	130
8. Essais de différentes huiles.	133
9. Inscription simultanee des mouvements de l'appa- reil AW. et du Mintrop	135
NOTE SUR LES DÉBUTS DE LA SÉISMOLOGIE INS-	
TRUMENTALE, PAR CH. BOIS	14 0

IMPRIMERIE DAUPELEY-GOUVERNEUR, A NOGENT-LE-ROTROU. - 1933.